

**UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO**

**AVALIAÇÃO DO INVESTIMENTO
NA ALTA VELOCIDADE FERROVIÁRIA**

DOUTORAMENTO EM GESTÃO

Pedro Miguel Silva Gonçalves Pimentel

Orientação: Professor Doutor José António de Azevedo Pereira

Co-Orientação: Professor Doutor Gualter Manuel Medeiros do Couto

Júri:

Presidente: Reitor da Universidade Técnica de Lisboa

Vogais: Doutor Manuel José da Rocha Armada, professor catedrático da Escola de Economia e Gestão da Universidade do Minho;

Doutor José António de Azevedo Pereira, professor catedrático do Instituto Superior de Economia e Gestão da Universidade Técnica de Lisboa;

Doutora Dalila Benedita Machado Martins Fontes, professora auxiliar da Faculdade de Economia da Universidade do Porto;

Doutor Gualter Manuel Medeiros do Couto, professor auxiliar da Universidade dos Açores;

Doutora Cláudia Rita Ribeiro Coelho Nunes Philippart, professora auxiliar do Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa; e

Doutor José Carlos Gonçalves Dias, professor adjunto do Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Coimbra do Instituto Politécnico de Coimbra.

Lisboa, Março de 2009

**AVALIAÇÃO DO INVESTIMENTO
NA ALTA VELOCIDADE FERROVIÁRIA**

RESUMO

Este trabalho investiga o processo de tomada de decisão relativa ao momento óptimo de implementação do investimento em alta velocidade ferroviária (AVF), em ambiente de incerteza, utilizando a análise de opções reais (AOR). É desenvolvida uma metodologia, em tempo contínuo, adequada para resolver o problema relativo ao momento óptimo de implementação do projecto e respectiva avaliação do impacto da opção de diferimento na oportunidade de investimento, quando a procura é considerada estocástica. A possibilidade de ocorrerem choques inesperados na procura é contemplada num modelo com procura estocástica. Adicionalmente, é incorporado o efeito da incerteza sobre a despesa de investimento e sobre o benefício por utilizador num modelo com três variáveis estocásticas. Esta abordagem inédita considera a utilidade dos passageiros relativamente ao serviço ferroviário convencional existente. A aplicação ao caso Português permite diversificar e enriquecer a literatura sobre a avaliação de investimentos pela AOR.

JEL classification: D81, D83, D92.

Palavras-chave: Investimento, Alta Velocidade Ferroviária, Incerteza, Opções Reais, *Timing*, Diferimento.

ABSTRACT

The present thesis researches the process of decision making regarding the optimal timing of investment implementation in a high speed rail (HSR) project, in an uncertain environment, using a real options analysis (ROA) framework. A continuous time methodology was develop to identify the optimal timing of implementation and to value the impact of the option to defer, when the demand is stochastic. Additionally, the effect of uncertainty in term of investment expenses and benefit per user was also taken into consideration in a model with three stochastic variables. A model with stochastic demand and unexpected shocks is also presented. This new approach considers the utility of the passengers regarding the existent conventional railway service. The applicability to the Portuguese case enables the diversification and enrichment of the literature on the ROA's investment valuation.

JEL classification: D81, D83, D92.

Keywords: Investment, High Speed Rail, Uncertainty, Real Options, Timing, Waiting.

Aos meus Pais,

Ana e João

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Professor Doutor José António de Azevedo Pereira, e co-orientador Professor Doutor Gualter Manuel Medeiros do Couto pela paciência e sábia orientação, assim como pela disponibilidade e prontidão com que sempre acompanharam o progresso do trabalho.

Aos meus colegas e amigos que ao longo destes anos me deram apoio e com quem discuti muitos dos temas de finanças e economia. Entre estes, destaco o meu colega de departamento e grande amigo Gualter ao qual não existem palavras suficientes para agradecer o seu empenho e dedicação ao longo de todos estes anos. No trabalho e no divertimento, fomos companheiros inseparáveis.

À minha família e à Susana por compreenderem ao longo deste tempo as minhas inúmeras alienações da realidade e a falta de disponibilidade para algumas questões do foro pessoal.

Finalmente, à Universidade dos Açores e ao Director do Departamento de Economia e Gestão pelo apoio e à Fundação para a Ciência e Tecnologia pela bolsa de investigação SFRH/BD/23576/2005.

Índice

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	19
1. INTRODUÇÃO	20
CAPÍTULO II - REVISÃO DE LITERATURA	24
2. REVISÃO DE LITERATURA	25
2.1. Opções Reais.....	25
2.1.1. Considerações Introdutórias.....	25
2.1.2. Flexibilidade, Irreversibilidade, Incerteza e <i>Timing</i> dos Investimentos.....	28
2.1.3. Opções Reais, FCA e Decisões de Investimento	34
2.1.4. Opção de Diferimento e Momento Ótimo	45
2.2. Abordagens de Modelação de Problemas de Opções Reais.....	52
2.2.1. Soluções Fechadas	54
2.2.2. Soluções Numéricas.....	58
2.3. Principais Limitações da AOR.....	62
2.4. Opções Reais em Projectos no Sector dos Transportes.....	65
CAPÍTULO III - METODOLOGIA DE AVALIAÇÃO	71
3. METODOLOGIA DE AVALIAÇÃO	72
3.1. Identificação do Problema.....	72
3.2. Avaliação de Investimentos pela AOR com Procura Estocástica	75
3.2.1. Determinação do Momento Ótimo de Investimento – Investimento num Único Período	76
3.2.2. Determinação do Momento Ótimo de Investimento – Investimento em mais de que Um Período	89
3.2.3. Avaliação do Investimento na AVF pela AOR.....	96
3.3. Avaliação de Investimentos pela AOR com Procura e Investimento Estocásticos.....	99
3.3.1. Determinação do Momento Ótimo de Investimento.....	100
3.3.2. Avaliação do Investimento na AVF pela AOR.....	108
3.4. Avaliação de Investimentos pela AOR com Procura, Benefício e Despesa de Investimento Estocásticos	110
3.4.1. Determinação do Momento Ótimo de Investimento.....	111
3.4.2. Avaliação do Investimento na AVF pela AOR.....	119

3.5. Avaliação de Investimentos pela AOR com Procura Estocástica Sujeita a Choques Positivos.....	121
3.5.1. Determinação do Momento Óptimo de Investimento.....	122
3.5.2. Avaliação do Investimento na AVF pela AOR.....	126
CAPÍTULO IV - EXEMPLO NUMÉRICO	128
4. EXEMPLO NUMÉRICO.....	129
4.1. Caracterização do Sector Ferroviário Português.....	129
4.2. Projecto de AVF em Portugal	131
4.3. O Valor do Tempo de Viagem.....	135
4.4. Dados do Exemplo Numérico	138
4.5. Avaliação do Investimento na AVF e Análise de Sensibilidade com Um Factor de Incerteza.....	140
4.5.1. Elasticidades Iguais ($\theta_\beta = \theta_\alpha$) e Custos Variáveis Negligenciáveis ($\omega = 0$)....	141
4.5.2. Elasticidades Diferentes ($\theta_\beta \neq \theta_\alpha$) e Custos Variáveis ($\omega > 0$).....	147
4.6. Avaliação do Investimento na AVF e Análise de Sensibilidade com Três Factores de Incerteza.....	153
4.7. Avaliação do Investimento na AVF e Análise de Sensibilidade com Um Factor de Incerteza Sujeito a Choques Positivos	164
CAPÍTULO V - CONCLUSÃO	172
5. CONCLUSÃO	173
BIBLIOGRAFIA	177

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.	Resumo dos montantes de investimento nas 5 ligações	133
Tabela 2.	Relação entre o tempo dispendido com uma ligação ferroviária convencional e de alta velocidade.	134
Tabela 3.	Valor do tempo de viagem em ferrovia para deslocações em trabalho e deslocações privadas para Portugal	137
Tabela 4.	Valores dos parâmetros do caso base de construção de uma ligação em AVF	139
Tabela 5.	Resultados da avaliação do projecto na AVF	141
Tabela 6.	Resultados da avaliação do projecto com elasticidades diferentes e custos variáveis.....	148
Tabela 7.	Resultados da avaliação do projecto.....	153
Tabela 8.	Resultados da avaliação do projecto com choques positivos.	165

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.	Perspectiva analítica dos tipos de análise de projectos de investimento... 27
Figura 2.	Efeito da alteração da incerteza, taxa de juro sem risco e tempo para a maturidade, no valor das componentes de um investimento..... 39
Figura 3.	Complementaridade entre AOR e FCA na tomada de decisão 40
Figura 4.	Representação das ligações em alta velocidade entre Portugal e Espanha. 132
Figura 5.	Valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento, para o caso base. 142
Figura 6.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na taxa de crescimento da procura. 142
Figura 7.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na taxa de actualização..... 143
Figura 8.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações nas despesas de investimento..... 143
Figura 9.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na volatilidade da procura. 143
Figura 10.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações no tempo de construção. 144

Figura 11.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na redução do valor do tempo de viagem.....	145
Figura 12.	Sensibilidade do nível crítico da procura e do valor da opção de diferimento face a variações conjuntas na volatilidade da procura e taxa de actualização.	146
Figura 13.	Sensibilidade do nível crítico da procura e do valor da opção de diferimento face a variações conjuntas nas despesas de investimento e taxa de actualização.....	147
Figura 14.	Valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento, com elasticidades diferentes e existência de custos variáveis.	149
Figura 15.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na taxa de crescimento da procura.	150
Figura 16.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na taxa de actualização.....	150
Figura 17.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações nas despesas de investimento.....	150
Figura 18.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na volatilidade da procura.	151
Figura 19.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de	

	investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações no tempo de construção.	151
Figura 20.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na redução do valor do tempo de viagem.....	151
Figura 21.	Valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento para o caso base considerando três factores de incerteza. ...	155
Figura 22.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na taxa de crescimento dos benefícios totais (P).	156
Figura 23.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na taxa de crescimento das despesas de investimento.....	157
Figura 24.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na taxa de actualização.....	157
Figura 25.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na volatilidade dos benefícios totais (P).	158
Figura 26.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na volatilidade das despesas de investimento.....	158
Figura 27.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na volatilidade do número de passageiros.....	159

Figura 28.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações no tempo de construção.	159
Figura 29.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na redução do valor do tempo de viagem.	160
Figura 30.	Sensibilidade do nível crítico da procura e do valor da opção de diferimento face a variações conjuntas na volatilidade da procura e taxa de actualização.	160
Figura 31.	Sensibilidade do nível crítico da procura e do valor da opção de diferimento face a variações conjuntas na volatilidade dos benefícios totais e taxa de actualização.	162
Figura 32.	Sensibilidade do nível crítico da procura e do valor da opção de diferimento face a variações conjuntas na taxa de crescimento e volatilidade das despesas de investimento.	162
Figura 33.	Sensibilidade do nível crítico da procura e do valor da opção de diferimento face a variações conjuntas na taxa de crescimento e volatilidade dos benefícios totais.	162
Figura 34.	Sensibilidade do nível crítico da procura e do valor da opção de diferimento face a variações conjuntas na volatilidade das despesas de investimento e volatilidade dos benefícios totais.	163
Figura 35.	Sensibilidade do nível crítico da procura, considerando variações em cada uma das três fontes de incerteza.	164
Figura 36.	Valores da opção de diferimento do caso base sem e com choques positivos na procura.	165

Figura 37.	Valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento, com choques positivos na procura	166
Figura 38.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na taxa de crescimento da procura.	166
Figura 39.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na taxa de actualização.	167
Figura 40.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações nas despesas de investimento.	167
Figura 41.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na volatilidade da procura.	167
Figura 42.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações no tempo de construção.	168
Figura 43.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na redução do valor do tempo de viagem.	168
Figura 44.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na dimensão do choque na procura.	168
Figura 45.	Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na	

probabilidade do choque positivo..... 169

Figura 46. Comportamento das componentes da formula de cálculo do nível crítico da procura associadas aos benefícios da AVF e custos fixos operacionais.. 170

LISTA DE ABREVIATURAS

AOR – Análise de Opções Reais

APT – Teoria de Avaliação de Activos Financeiros por Arbitragem (*Arbitrage Pricing Theory*)

AVF – Alta Velocidade Ferroviária

CAPM – Modelo de Equilíbrio de Avaliação de Activos Financeiros (*Capital Asset Pricing Model*)

CMPC – Custo Médio Ponderado do Capital

FCA – Fluxos de Caixa Actualizados

MOPTC – Ministério das Obras Públicas, Transportes e Comunicações

OCDE – Organização de Cooperação e Desenvolvimento Económicos

TIR – Taxa Interna de Rendibilidade

VAL – Valor Actualizado Líquido

VTV – Valor do Tempo de Viagem

NOTAÇÃO

a, b, y	- Coeficientes da solução de uma equação diferencial de segunda ordem
c	- Consumo médio dos indivíduos
$corr$	- Coeficiente de correlação entre duas variáveis
f	- Função a ser determinada que possibilita a redução de duas variáveis estocásticas a uma única dimensão
g	- Rácio entre benefícios totais e despesa de investimento
h	- Raiz positiva de uma equação não linear
l	- Proporção entre custos fixos de exploração e despesa de investimento
m	- Rendimento individual disponível
n	- Período de construção
p	- Preço da tarifa de transporte
q	- Rácio entre a procura elevada a θ e as despesa de investimento
r, s, u	- Raízes de uma equação quadrática
t	- Tempo
v	- Valor do projecto de investimento
w	- Processo de <i>Wiener</i>
x	- Procura pelo serviço de AVF (medido em número de passageiros)
E	- Valor esperado
P	- Benefícios totais
R	- Benefício por utilizador de viajar em AVF, medido pela redução do valor do tempo de viagem e pelo valor da tarifa da ferrovia convencional
U	- Utilidade
V	- Função utilidade
Z	- Valor actualizado dos benefícios totais líquidos gerados pelo investimento

α	- Relação entre procura e valor da tarifa
β	- Relação entre procura e valor do tempo de viagem
γ	- Despesa de investimento
δ	- Elasticidade, também representada por $\theta - 1$
η	- Valor do tempo de viagem
λ	- Probabilidade de ocorrência de um choque na procura
μ	- Taxa de crescimento
ρ	- Taxa de actualização ajustada ao nível de risco
σ	- Desvio padrão
τ	- Momento do tempo em que o valor óptimo é atingido pela primeira vez
φ	- Custo fixo de exploração
ω	- Custo variável de exploração por utilizador
ψ	- Custo de efectuar uma viagem
Φ	- Função que permite a resolução do valor do projecto de investimento com uma única variável estocástica
*	- Indica o valor crítico de uma determinada variável

CAPÍTULO I - Introdução

1. Introdução

O actual mercado global e dinâmico é caracterizado pela crescente incerteza que afecta, de forma determinante, o processo de tomada de decisões no seio das organizações. Lidar com a incerteza torna-se, assim, indispensável à optimização das decisões sobre oportunidades de investimento.

Neste contexto, a flexibilidade da gestão é essencial para responder eficientemente, por exemplo, às mudanças tecnológicas, às alterações nas necessidades da procura, ou ainda para limitar perdas perante cenários adversos do mercado.

Novas abordagens acerca de investimentos sob incerteza sugerem novos critérios de avaliação, dada a impotência da análise tradicional de investimentos em ambientes voláteis. Os métodos tradicionais baseados apenas nos fluxos de caixa gerados pelos investimentos, estimados no momento inicial, simplesmente ignoram a possibilidade de alteração de planos no decorrer da implementação e gestão do projecto de investimento (Trigeorgis, 1996).

A análise de opções reais (AOR) introduz novas perspectivas sobre o impacto da incerteza no valor de um projecto, que são diferentes da análise tradicional. Elevados níveis de incerteza aumentam o valor da oportunidade de investimento, tendo em conta os potenciais ganhos ou a limitação de eventuais perdas, no caso de se avançar ou não com o projecto, que podem resultar de uma gestão activa num ambiente incerto.

As opções reais vieram, assim, alterar o paradigma da gestão na avaliação de investimentos, face à possibilidade de diferimento e à flexibilidade da gestão. Durante o período de espera, novas informações podem induzir à alteração total ou parcial do projecto inicial, podendo mesmo levar ao seu abandono num momento futuro.

Deste modo, não só a academia se tem preocupado com este novo paradigma

(Brennan e Schwartz, 1985; McDonald e Siegel, 1986; Dixit, 1989; Pindyck, 1991; e Dixit e Pindyck, 1994, entre muitos outros), como o mundo empresarial tem assistido a muitas empresas e gestores a adoptarem uma perspectiva de opções reais na preparação das respectivas decisões relacionadas com a manutenção da competitividade e do posicionamento estratégico em geral (Paddock, Siegel e Smit, 1988; Nichols, 1994; Kallberg e Laurin, 1997; Moel e Tufano, 2002; Smit, 2003; etc.).

No entanto, o número de trabalhos aplicados deste novo paradigma continua longe do necessário para a generalização da sua adopção prática, face à maior complexidade de análise a que está sujeito este processo de avaliação e à singularidade da maioria dos activos reais. Muita da discussão gerada centra-se essencialmente sobre as várias formas de cálculo do valor das opções reais. A escolha de técnicas de avaliação assentes na AOR pretende, por um lado, colmatar as já referidas limitações das técnicas de análise tradicional e, por outro, contribuir para o desenvolvimento e difusão de técnicas mais sofisticadas e adequadas à avaliação de investimentos.

O cenário que envolve o investimento na alta velocidade ferroviária (AVF) em Portugal servirá de referência ao desenvolvimento e aplicação da AOR. O investimento compreende a construção de 5 ligações: Lisboa – Porto; Lisboa – Madrid; Porto – Vigo; Aveiro – Salamanca; e Évora – Faro – Huelva.

O cariz estruturante do projecto de AVF para o País, a necessidade de revitalizar o sector ferroviário, o avultado investimento necessário e a limitada capacidade financeira do Estado, associados à indefinição sobre o momento de implementação, formam um cenário propício ao estudo da opção de diferimento e do momento óptimo de implementação de um investimento desta natureza.

A importância da aplicação de modelos de opções reais à AVF vem fortalecida

pelas características e possibilidades que a respectiva metodologia oferece. Trata-se de um projecto de escala nacional promovido pelo Estado, que constitui um dos maiores investimentos a realizar em Portugal ao longo dos próximos anos. Consequentemente, a sua implementação é de extrema importância, não apenas em termos económicos, mas também pelas implicações sociais que poderá trazer ao país. Este interesse beneficia da controvérsia actualmente existente em relação à viabilidade do investimento, que reforça a necessidade de fundamentar adequadamente a respectiva decisão de implementação.

Adicionalmente, o acesso aos dados do projecto confere condições propícias para operacionalizar os modelos de AOR através de um trabalho que conjuga uma significativa componente teórica com a aplicação que tem faltado ao longo de todo o curto processo de desenvolvimento da investigação em AOR.

O desenvolvimento e implementação de um adequado modelo de avaliação, permitirá mensurar o valor da oportunidade de investimento com base na utilidade que este representa para os utilizadores potenciais do novo serviço de AVF, comparativamente com a utilidade resultante da utilização do serviço ferroviário convencional. A avaliação assente na utilidade e no valor criado para a sociedade ajusta-se ao investimento em causa devido às respectivas características estruturantes para o País e ao facto de ser promovido pelo próprio Estado Português.

Neste contexto, o estudo da opção de diferimento permitirá analisar o valor da oportunidade de investimento na AVF, assim como definir o momento óptimo de implementação de cada uma das ligações. A decisão de investir *versus* diferir será tomada em função do nível da procura estimada pelo novo serviço, uma vez que esta variável representa a principal fonte de incerteza. Simultaneamente, desenvolve-se o modelo de forma a permitir medir o impacto da introdução de mais duas fontes de

incerteza, relacionadas com a despesa de investimento e respectivos benefícios por utilizador resultantes da implementação do projecto. Em qualquer dos casos, espera-se que o momento óptimo de implementação possa ser utilizado como critério de escalonamento das diferentes ligações.

Os contributos esperados do trabalho deverão ser alcançados a dois níveis: por um lado, com o desenho de um modelo de AOR, em tempo contínuo, de solução fechada, especialmente adaptado para auxiliar a tomada de decisão em problemas deste tipo, com possibilidade de tratar simultaneamente 3 variáveis estocásticas, assim como incluir choques inesperados na procura; por outro, a aplicação do modelo ao caso real, que deverá permitir reduzir o *gap* existente entre teoria e prática, com um contributo empírico no domínio da AOR associada à AVF.

Este trabalho será organizado em cinco capítulos, sendo que o primeiro diz respeito à presente introdução. No segundo capítulo é apresentada a revisão de literatura onde se procura evidenciar a relevância do novo paradigma da gestão na análise de oportunidades de investimento, assim como o enquadramento das opções reais na análise de políticas de investimento estratégico, no sector dos transportes, em ambiente de incerteza. O terceiro capítulo identifica o problema de investigação e apresenta os desenvolvimentos analíticos do modelo de avaliação da opção de diferimento e momento óptimo de implementação, no sentido de os ajustar ao investimento na AVF. O quarto capítulo apresenta os resultados empíricos dos modelos desenvolvidos, de forma a evidenciar o contributo do trabalho para a AOR e para as decisões de investimento em transportes ferroviários de alta velocidade. Por fim, no quinto capítulo, são desenvolvidas algumas considerações finais sobre os resultados obtidos no presente trabalho de investigação, os contributos alcançados e algumas pistas para investigação futura.

CAPÍTULO II - Revisão de Literatura

2. Revisão de Literatura

2.1. Opções Reais

2.1.1. Considerações Introdutórias

Os activos reais de uma empresa são constituídos por um conjunto de bens e direitos de natureza não financeira que se encontram incluídos no respectivo activo (contabilístico). Por sua vez, uma opção real é o direito, mas não a obrigação, de agir por forma a afectar a situação futura de um activo real – por exemplo, diferir, expandir, contrair ou abandonar um investimento – com um custo que se denomina preço de exercício, por um período pré-estabelecido – a vida da opção.

Para Copeland e Antikarov (2003) e Smit (2003), as opções reais fazem a ponte entre as finanças e o planeamento estratégico, através da incorporação do modo como as acções das equipas de gestão, ao longo da vida dos projectos, podem limitar perdas ou capitalizar ganhos potenciais, oferecendo uma nova dimensão à avaliação de projectos que não é captada pela análise tradicional assente quase exclusivamente no conceito de fluxos de caixa actualizados (FCA).

Os fluxos de caixa permitem quantificar a capacidade de um activo produtivo gerar meios financeiros líquidos durante a sua vida útil operacional. No sentido de considerar o valor temporal do dinheiro, o método dos FCA reporta a um único momento do tempo, mediante um processo de actualização/capitalização, todos os fluxos financeiros gerados. Quando a taxa de actualização reflecte o nível de risco dos fluxos de caixa esperados e se considera a despesa de investimento, o resultado é a análise tradicional baseada no conceito de valor actualizado líquido (VAL). Definições semelhantes e mais pormenorizadas podem ser encontradas em qualquer manual de finanças empresariais (*vidé* por exemplo Brealey *et al.*, 2006).

O conceito de valor esperado deriva da inexistência de certeza sobre o desempenho futuro do activo, pois o investidor raramente conhece com probabilidade igual a um qual o retorno associado, no futuro, ao seu investimento. Pode inferir-se, portanto, que a incerteza se refere a situações nas quais pode vir a registar-se no futuro um conjunto de valores, associados a diferentes estados da natureza, com probabilidades de ocorrência estritamente positivas.

A análise tradicional assume que as equipas de gestão têm um papel passivo após a decisão de implementar os projectos, pelo que o tratamento que atribui à incerteza é diminuto, resultando numa valorização na qual não é tido em conta o exercício de qualquer opção eventualmente incluída.

A metodologia de avaliação de investimentos através da AOR, recorre também aos FCA, no entanto, reconhece aos gestores um papel activo na gestão das contingências supervenientes após a decisão de implementar os projectos (Trigeorgis, 1996).

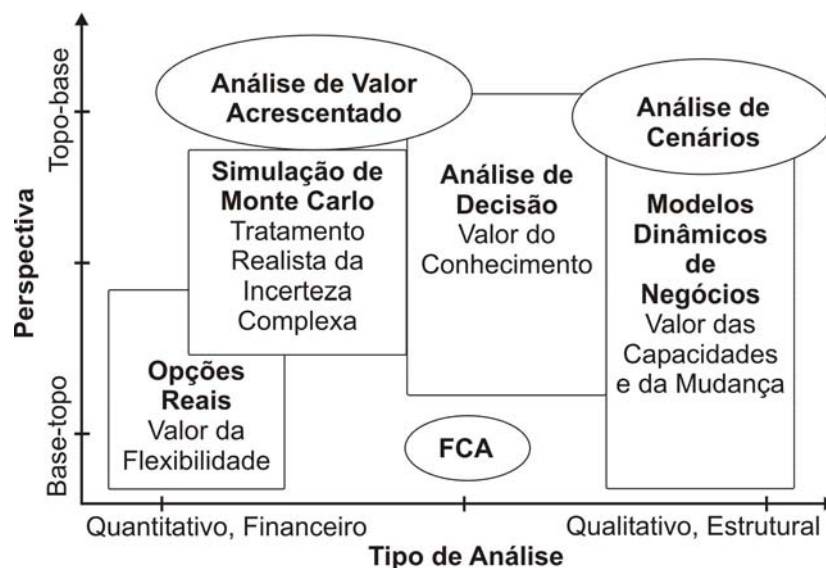
Num processo de investimento, muitos tipos de opções reais ocorrem naturalmente enquanto, outros podem ser construídos. Perante interacções de múltiplas opções, Trigeorgis (1988 e 1993a) demonstra que o valor da soma pode ser diferente da mera soma das partes. Num cenário em que possa ser considerada a intervenção potencial entre vários intervenientes haverá que tomar em consideração as respectivas interacções competitivas, que de acordo com Smit e Ankum, (1993) e Grenadier (1996 e 1999), podem ter um impacto significativo nas decisões de investimento estratégico.

A avaliação de investimentos baseada na análise de opções reais permite incorporar os conceitos de flexibilidade, irreversibilidade, incerteza e *timing*, muito debatidos nos últimos anos pelos académicos da área financeira (*vide* Dixit e Pindyck, 1994). Neste contexto, torna-se benéfico tratar este novo paradigma de forma comparativa

relativamente à análise tradicional de avaliação de projectos. Esta constitui a melhor forma de destacar as limitações e contributos inerentes ao novo paradigma.

A Figura 1 mostra uma perspectiva gráfica sintetizada das várias metodologias de análise de investimentos. A AOR apresenta uma perspectiva de informação micro que tem início nas opções da empresa com impacto no nível do projecto e termina com uma perspectiva global com base nas condições económicas do mercado. Ao mesmo tempo, o tipo de análise efectuada procura quantificar financeiramente o valor de todos os direitos embutidos e respectivas capacidades da gestão na implementação do investimento, contrariamente ao que sucede com o método dos FCA que deixam na esfera meramente qualitativa algumas capacidades e características intrínsecas ao projecto.

Figura 1. Perspectiva analítica dos tipos de análise de projectos de investimento.



Fonte: Adaptado de Mun (2002)

Os métodos tradicionais de análise de projectos de investimento mais conhecidos e utilizados pelos gestores baseiam-se no modelo dos FCA. É o caso do VAL e da taxa interna de rendibilidade (TIR), tanto quando aplicados nas suas versões mais simples e estritas, como quando aplicados em enquadramentos mais ambiciosos como por

exemplo a análise de sensibilidade, a simulação de Monte Carlo e a análise por árvores de decisão.

A secção seguinte revela a importância dos conceitos de flexibilidade, irreversibilidade, incerteza e *timing* dos investimentos na avaliação de activos reais.

2.1.2. Flexibilidade, Irreversibilidade, Incerteza e *Timing* dos Investimentos

Qualquer investimento em activos reais possui quatro importantes características que devem ser consideradas na sua análise: flexibilidade, irreversibilidade, incerteza e *timing*. As últimas três variáveis são, de acordo com Dixit e Pindyck (1994), os pilares da análise do investimento sob incerteza e conferem valor à flexibilidade da gestão. Efectivamente, a flexibilidade, que assiste todos os investimentos geridos de forma activa, deriva da capacidade da equipa de gestão para alterar o curso inicialmente previsto para o investimento, com o intuito de maximizar o seu valor. Adaptar as decisões futuras a desenvolvimentos inesperados do mercado permite criar valor que não é captado pela análise tradicional.

Segundo Copeland *et al.* (2000), a flexibilidade possui um valor que será tanto maior quanto maiores forem a incerteza acerca do futuro e a capacidade da equipa de gestão para responder adequadamente às novas informações que surgem ao longo do tempo.

Em ambientes muito incertos, tendencialmente, quanto mais flexível for um projecto de investimento, maior a respectiva capacidade de sucesso no longo prazo. Para Trigeorgis (1996), não considerar o valor da flexibilidade equivale a subavaliar sistematicamente o valor real gerado pelo investimento, aumentando a probabilidade de rejeição de projectos que acrescentam valor à empresa.

A flexibilidade permite captar o valor intrínseco da incerteza. Ao potenciar

alterações de decisões, identifica oportunidades estratégicas dentro de cenários imprevisíveis. Quando mais próximo do ponto crítico¹ se encontra um projecto avaliado sem flexibilidade, maior tende a ser o valor relativo desta última, como defendem Copeland *et al.* (2000). Trigeorgis (1993b) explica esta situação com a introdução de assimetrias na distribuição de probabilidade do VAL, originadas pela capacidade das equipas de gestão reverem as suas acções, em consequência da dissipação da incerteza futura.

O trabalho de Jones e Ostroy (1984) formaliza a noção de flexibilidade e relaciona o seu valor com o montante de informação que um agente espera receber. Para tal, incorpora os dois conceitos num modelo simples de decisão sequencial, que sugere o princípio de comportamento no qual, uma maior variabilidade nas convicções dos decisores corresponde a actos ou posições correntes mais flexíveis. Os mesmos autores defendem que basicamente a procura por flexibilidade não está relacionada com a aversão ao risco, embora possa ditar a forma como a flexibilidade é utilizada para tirar partido da chegada de nova informação. Posições flexíveis são atractivas, não porque são carteiras sem risco, mas porque são carteiras de opções. Neste quadro, Kulatilaka e Marks (1988) analisam a flexibilidade inerente ao processo produtivo da empresa como componente do valor estratégico.

A generalidade dos investimentos são irreversíveis, parcialmente ou na sua totalidade. Segundo Henry (1974) uma decisão é irreversível se reduzir, por um longo período de tempo, as várias escolhas que seriam possíveis no futuro.

A irreversibilidade traduz-se na impossibilidade de recuperar a totalidade ou parte do montante investido, no caso de um arrependimento posterior à decisão de

¹ *Break even point* na literatura anglo-saxónica.

implementação, assumindo-se como custo irrecuperável logo após a decisão de investir. Mesmo no caso dos activos que podem ser utilizados noutras indústrias (imóveis, viaturas pesadas, equipamento administrativo, etc.), o mercado de usados normalmente paga valores abaixo do que se poderia supor como justo valor, devido ao efeito da assimetria de informação entre comprador e vendedor sobre, por exemplo, o estado real do equipamento (Pindyck, 1991).

Dixit e Pindyck (1994) elegem duas características essenciais que condicionam o grau de irreversibilidade dos activos: a especificidade dos activos relativamente à empresa ou à indústria e a sujeição a regulamentações governamentais. Questões relacionadas com a cadência tecnológica também são causas de irreversibilidade (Kogut e Kulatilaka, 1994 e Kulatilaka e Perroti, 1998).

Através de um trabalho de simulação numérica, Henry (1974) evidencia a importância e dimensão do chamado efeito da irreversibilidade na tomada de decisões de investimento. Segundo este autor, perante decisões irreversíveis os investidores tendem a sobrestimar os respectivos aspectos positivos, gerando assim um efeito sistemático de sobreavaliação. Foi ainda encontrada evidência de que este efeito da irreversibilidade diminui de forma directa com a volatilidade do valor do projecto.

A irreversibilidade atribui valor à decisão de diferir, porque, à excepção dos investimentos do tipo “*agora-ou-nunca*”, o diferimento é reversível (Dixit e Pindyck, 1994). Um investimento irreversível apenas deverá ser implementado imediatamente quando a probabilidade de insucesso for suficientemente baixa. Segundo Quigg (1993), sempre que se implementa um investimento irreversível o valor associado à identificação do respectivo *timing* óptimo de desenvolvimento torna-se nulo.

Por outro lado, a incerteza alavanca a importância da irreversibilidade das decisões

de investimento. De forma implícita, os desenvolvimentos de Ingersoll e Ross (1992) apontam no sentido de que a incerteza sobre a rendibilidade de um projecto assume especial importância nos investimentos que apresentam um VAL ligeiramente positivo, no momento da tomada de decisão. Nestes casos, a criação e destruição de valor confundem-se de tal forma que alterações na probabilidade de evoluções futuras desfavoráveis facilmente invertem a natureza da decisão óptima. Este contexto exige uma nova abordagem que estabeleça a relação entre a incerteza e a criação de valor.

Segundo os estudos de Ingersoll e Ross (1992), numa economia caracterizada pela incerteza, a quase totalidade dos projectos, mesmo com fluxos de caixa determinísticos, possuem opções de valor considerável. Algumas destas opções de crescimento estratégico sob concorrência imperfeita, analisadas por Kulatilaka e Perroti (1998), contrariam a visão tradicional na qual a incerteza constitui um forte desincentivo para investir.

No entanto, o efeito da incerteza nas decisões de investimento em activos reais é assimétrico. Tal como refere Trigeorgis (1996), ao contrário do proprietário de um activo real, o detentor de uma opção sobre este mesmo activo possui o direito de beneficiar de incrementos potenciais no valor do activo, mas não a obrigação simétrica de assumir as perdas. Assim, quanto maior a incerteza, maior o potencial de ganho do detentor da opção, enquanto o seu risco de perda potencial permanece limitado.

A avaliação de investimentos é afectada tanto por incertezas de natureza económica como por incertezas de natureza técnica (Brealey *et al.*, 2006). A incerteza económica é exógena ao processo de tomada de decisão de uma empresa, não podendo ser eliminada pela diversificação. Dixit e Pindyck (1994) argumentam que se aprende esperando² e

² *Learning by waiting*, na literatura anglo-saxónica.

não investindo precipitadamente. De acordo com Dixit e Pindyck (1994) e Trigeorgis (1996), quanto maior a incerteza económica, maior será o custo de oportunidade associado ao investimento imediato. Este facto leva ao aumento do tempo de espera até que seja alcançado o momento óptimo para investir, ou, alternativamente, maior deverá ser o valor actualizado dos benefícios necessários para justificar o investimento.

A incerteza técnica é considerada endógena ao processo de tomada de decisão de uma empresa. Este tipo de incerteza pode ser eliminado através da diversificação, mediante a composição de uma carteira com investimentos negativamente correlacionados de forma a compensar as perdas entre projectos (Neves, 2002 e Brealey *et al.*, 2006). A incerteza técnica incentiva o investimento faseado, com o intuito de reduzir a variância de rendimentos provocada pela dissolução da incerteza com o decorrer do tempo. Funciona como se o investimento incorporasse um benefício adicional (cujo valor necessita ser quantificado) dado pela redução da incerteza técnica. Quanto maior for a incerteza técnica, menor será o valor da oportunidade de investimento. Por exemplo, o modelo de Murto *et al.* (2004) possibilita analisar o efeito da incerteza ao nível do progresso tecnológico nos mercados de energia ou telecomunicações e Mauer e Ott (1995) constataam que a chegada de inovações tecnológicas faz diminuir os custos de operação e manutenção, com repercussões na diminuição dos investimentos de substituição.

Porque existe incerteza, irreversibilidade e flexibilidade na gestão dos investimentos em activos reais, a escolha do momento óptimo para investir assume uma particular importância na maximização do valor do investimento. O diferimento é possível na maioria dos casos. Segundo Dixit e Pindyck (1994), o seu valor resulta da ponderação entre os custos de diferimento, originados pela entrada de potenciais competidores ou pela simples perda de fluxos de caixa, e os benefícios de esperar por nova informação

sobre preços, custos, concorrência e outras condições do mercado. Para Henry (1974), com a passagem do tempo, o decisor recebe mais e melhor informação sobre o estado do mercado que influenciará a rentabilidade do seu investimento.

Caso se considerem determinísticos os principais parâmetros e variáveis de um investimento, incluindo as taxas de juro, de acordo com o estudo de Ingersoll e Ross (1992), nunca é óptimo diferir. A decisão óptima passa a ser ditada pela regra do VAL tradicional. Existe uma tendência para adiar (acelerar) a implementação do investimento quando se espera que as taxas de juro diminuam (aumentem), tudo o mais constante. Similarmente, quanto maior a volatilidade numa economia, mais tempo os agentes económicos estarão dispostos a esperar para investir.

O *timing* óptimo traduz o momento ideal no tempo no qual um investimento deverá ser implementado. De acordo com Pindyck (1988), trata-se do momento em que o valor do investimento supera o seu custo por um montante correspondente ao valor perdido, inerente à possibilidade de investir mais tarde. Assim, existe valor na possibilidade de diferir um investimento, permitindo o esclarecimento da incerteza sobre o comportamento do investimento, através da espera por nova informação.

Quando os investimentos são irreversíveis e estão sujeitos a incerteza, mesmo uma oportunidade de investimento por concretizar possui valor que é perdido pela decisão de implementação. Deste modo, o custo de oportunidade de investir agora deve ser incluído na regra óptima de investimento (Pindyck, 1988), pois condiciona o *timing* óptimo.

Lee (1988) denomina de valor da opção de diferimento a diferença entre o valor de uma oportunidade de investimento, com possibilidade de ser adiado, quando a opção está “viva” e quando está “morta”. De acordo com a literatura, este diferencial tende a

assumir valores substanciais, mesmo em cenários de incerteza moderada, com elevada influência na decisão de implementação de um investimento (Brennan e Schwartz, 1985; McDonald e Siegel, 1986; e Majd e Pindyck, 1987).

Num ambiente de incerteza, deve calcular-se o momento óptimo para realizar um investimento irreversível, para que o projecto tenha uma probabilidade de sucesso satisfatória, com o objectivo de maximizar a riqueza dos accionistas. Quando uma ou mais das quatro características analisadas é ignorada na avaliação de um projecto de investimento, esta pode ficar comprometida porque, com elevada probabilidade, a equipa de gestão não será encaminhada para a decisão óptima.

De seguida, veremos, na literatura, os desenvolvimentos e aplicações mais relevantes da avaliação de investimentos pela AOR, assim como a sua crescente importância na análise de decisões de investimento.

2.1.3. Opções Reais, FCA e Decisões de Investimento

Ao longo do tempo assistiu-se à progressiva sofisticação das metodologias de avaliação de investimentos utilizadas pelas empresas (Klammer, 1972; Schall *et al.*, 1978; e Trigeorgis, 1996). No último estudo, mais de 85% das empresas utilizavam métodos de actualização de fluxos de caixa, com relevo para o VAL e a TIR. O custo médio ponderado de capital (CMPC) apresentou-se como o método mais comum na determinação da taxa de actualização, com o risco do projecto a ser acedido pela maioria dos investidores de forma subjectiva. Schall *et al.* (1978) constataram ainda que 90% dos inquiridos implementavam incrementos arbitrários na taxa de actualização dos fluxos de caixa do projecto, por forma a procederem ao respectivo ajustamento face ao risco.

Apesar da sua enorme difusão, as técnicas tradicionais de avaliação de projectos assentes nos FCA, cujas premissas remontam à década de 30, ignoram a criação de capacidades (como a criação de vantagens competitivas) e outros activos intangíveis, necessários para o crescimento a longo prazo de uma empresa ou mesmo à sua simples sobrevivência num cenário competitivo e em constante mutação (Brealey *et al.*, 2006). Em condições de incerteza, Trigeorgis (2002) defende que a maior parcela do valor das empresas que procuram investir no crescimento não está nos fluxos de caixa esperados directamente da sua actividade, mas sim na captação de futuras oportunidades de investimento de grande mais-valia.

Baseado na experiência empírica, Kemna (1993) defende que embora outras técnicas de análise baseadas nos FCA, tais como a análise por árvore de decisões e a simulação de Monte Carlo possam ser utilizados nestes contextos, são processos que tendem a ser complicados e frequentemente mal aplicados. De acordo com Copeland e Antikarov (2003), apenas a moderna análise de projectos, que incorpora a incerteza e as opções da equipa de gestão de um projecto, vem diminuir o abismo existente entre o investimento em activos reais e o planeamento estratégico. Na realidade, só quando se começa a entender as limitações dos FCA é que se verifica que as opções reais estão incluídas na maioria dos investimentos.

A análise das opções financeiras, área na qual os trabalhos de Black e Scholes (1973) e Merton (1973) foram pioneiros, possibilitou às empresas o fomento da capacidade de utilizar os derivados financeiros para a cobertura dos riscos de natureza intrínseca, provenientes da sua actividade. O sucesso dos derivados financeiros rapidamente despertou a academia para estender o processo de avaliação de direitos contingentes à selecção de projectos em activos reais.

Coube a Stewart Myers o desenvolvimento da ideia inovadora segundo a qual o

valor de um projecto de investimento pode ser analisado como um direito contingente³, dependendo dos fluxos de caixa esperados e do efeito do tempo sobre estes mesmos fluxos de caixa esperados. No seu artigo de 1977 (Myers, 1977), sobre factores que determinam a emissão de dívida, ao considerar a possibilidade de muitos dos activos das empresas serem vistos com opções de compra, surge pela primeira vez na literatura o termo opções reais. Estava assim dado o primeiro passo, a partir da década de 80, para a academia explorar esta nova aplicação da análise das opções (Merton, 1998).

As decisões com as quais os gestores frequentemente se deparam são: qual o momento óptimo de investir, abandonar ou parar temporariamente a operacionalidade de um projecto ou ainda modificar as respectivas características operacionais. Neste contexto, um projecto de investimento pode ser considerado como um conjunto de opções sobre um activo real, mais concretamente sobre o próprio investimento.

Segundo Miller e Park (2002), na sua extensa revisão de literatura sobre opções reais, embora quer académicos quer práticos saibam desde há muito que as opções incluídas em projectos de investimento em activos reais possuem valor, até ao desenvolvimento do conceito de opção real, não existia uma metodologia quantitativa que permitisse a sua avaliação. Por regra, a decisão final afastava-se dos resultados da análise baseada em FCA (Miller e Park, 2002). A principal diferença deve-se à incorporação na decisão final dos resultados de análises qualitativas e subjectivas, agrupados sob o título genérico de “Valor Estratégico”.

Tal como defende Trigeorgis (1988 e 1996), o VAL tradicional não incorpora todas as fontes de valor associadas a um determinado projecto, nomeadamente a flexibilidade operacional e o valor estratégico. A primeira fonte valoriza a capacidade de tomar

³ O valor de um direito contingente pode ser interpretado na literatura financeira como o custo de formar uma carteira de reprodução dos retornos do activo subjacente.

decisões em momentos futuros, à medida que as incertezas se vão dissipando, com o intuito de maximizar ganhos e reduzir perdas. A segunda fonte resulta das interacções com futuras oportunidades de investimento, sejam elas relacionadas ou não, investimentos sequenciais e interacções competitivas, indo ao encontro do conceito de investimentos inseridos num programa de longo prazo.

Um fenómeno deste género já havia sido documentado anteriormente por Robichek e Van Horne (1967), que ao detectarem que muitos investimentos possuíam valor de abandono significativo, analisaram o respectivo efeito na avaliação tradicional de investimentos. Para tal, apresentaram uma metodologia, que apesar de embrionária, permitiu concluir que o VAL tende a subestimar o verdadeiro valor dos projectos. No entanto, e no seguimento da crítica de Dyl e Long (1969), Berger *et al.* (1996) alegam que a relação entre a opção de abandono e os fluxos de caixa, estabelecida por Robichek e Van Horne (1967), não forneceu um procedimento prático para o cálculo do valor da opção em causa.

A incorporação de opções proporciona uma diminuição do risco, demonstrado pela diminuição da variância à volta dos valores esperados e/ou aumento da assimetria positiva da distribuição de probabilidade, reduzindo o intervalo e a magnitude das rendibilidades indesejadas (Robichek e Van Horne, 1967). Só pelo facto das perdas serem eliminadas por uma opção de compra sobre uma determinada quantidade do activo subjacente, é estabelecida uma correlação positiva entre a volatilidade do preço do activo subjacente e o valor actual da opção de compra.

Note-se contudo que, contrariamente ao que poderá parecer, a relação directa entre risco e rendibilidade que normalmente é assumida em finanças (*vide* Markovitz, 1952) não é posta em causa pela AOR. Neste ponto, a grande inovação da nova metodologia reside na forma como capta o impacto do efeito da incerteza no valor do projecto, ao

considerar as alterações de exposição à incerteza dos vários fluxos de caixa, distribuídos no tempo, à medida que estes ocorrem (Trigeorgis, 1996). Pela análise tradicional, a determinação deste efeito torna-se extremamente complexa.










Segundo Trigeorgis (1993b e 1996), a assimetria criada pela adaptabilidade requer uma regra para um “VAL expandido” que incorpore duas componentes: o VAL tradicional (estático ou passivo) e o valor da flexibilidade criado pela adaptabilidade operacional e estratégica. Desta forma, tem-se:

$$\text{VAL}_{\text{expandido}} = \text{VAL}_{\text{estático (passivo)}} + \text{Valor das Opções de uma Gestão Activa}$$

A Figura 2 apresenta o efeito da alteração da incerteza, taxa de juro sem risco e tempo para a maturidade, nas duas componentes do VAL_{expandido}.

O novo tratamento da incerteza aumenta o ganho potencial ao mesmo tempo que limita as perdas, fazendo com que o projecto ganhe a possibilidade de superar a inevitabilidade intrínseca à análise tradicional de perder valor com o aumento da incerteza. Pela Figura 2, observa-se *ceteris paribus* que o valor do projecto sem flexibilidade diminui sempre perante aumentos da incerteza, taxa de juros em risco e tempo para a maturidade, sendo que apenas o valor da flexibilidade, avaliado como uma ou várias opções, beneficia com o incremento em qualquer um destes factores. À medida que as novas informações vão surgindo no tempo e as incertezas sobre o fluxo de caixa diminuem, os executivos podem tomar decisões que venham a influenciar positivamente o valor final de um projecto (Dixit e Pindyck, 1994).

Figura 2. Efeito da alteração da incerteza, taxa de juro sem risco e tempo para a maturidade, no valor das componentes de um investimento

	VAL _{Estático}	Valor Opção
 Incerteza		
 Taxa de Juro sem Risco		
 Tempo para a Maturidade		

Fonte: Adaptado de Trigeorgis (1996)

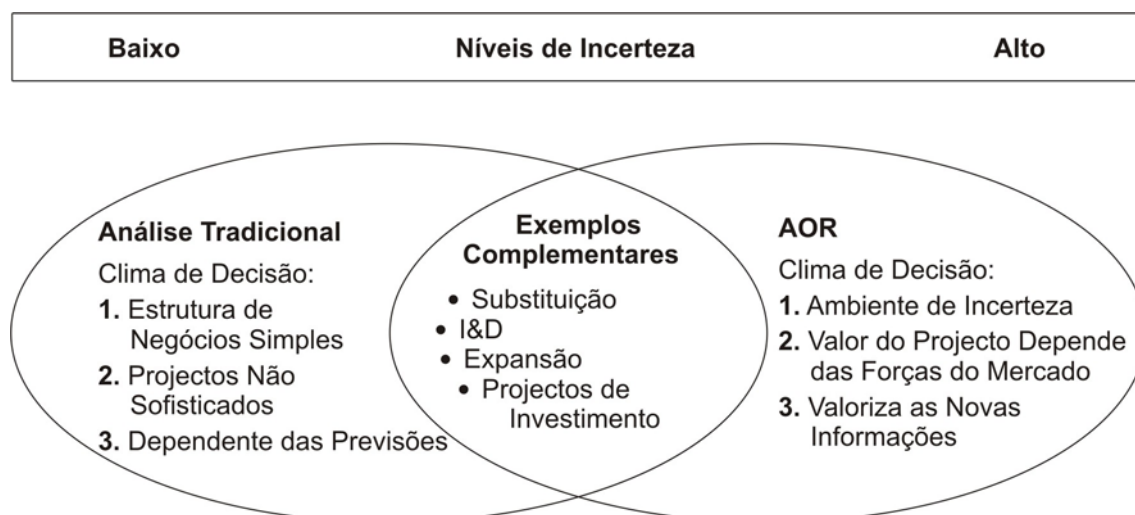
No entanto, não existe uma regra definida sobre o efeito da incorporação do valor das opções na avaliação total do projecto, quando se registam alterações na incerteza, taxa de juro sem risco e tempo para a maturidade. O valor total será maior/menor, se perante o aumento de qualquer das três variáveis, o incremento no valor da opção for maior/menor que a diminuição no VAL_{estático}.

Em conformidade com a sugestão efectuada por Ross (1995), a investigação desenvolvida em finanças tem vindo a esforçar-se por desenvolver uma ferramenta de análise de decisões de investimento capaz de superar as técnicas de análise tradicional. De facto, segundo Ingersoll e Ross (1992), aceitar todos os projectos simplesmente porque apresentam um VAL positivo mostrou-se um procedimento incorrecto. A solução encontrada passa por tratar muitas das grandes decisões de investimento como problemas de avaliação de opções.

A perspectiva académica, segundo Miller e Park (2002), é de que as técnicas de análise tradicional e a AOR deverão ser vistas como ferramentas complementares. As primeiras, assentes apenas nos FCA, deverão ser utilizadas para determinados ambientes de decisão, enquanto que a AOR deverá ser utilizada para outros. Conforme se pode

observar pela Figura 3, em sectores sujeitos a reduzidos níveis de incerteza, as técnicas de análise tradicional deverão ser utilizadas em decisões que envolvem uma estrutura de negócios moderadamente linear, projectos pouco sofisticados e ambientes estáveis que permitem previsões fiáveis. Neste caso, o VAL_{expandido} pode igualar o VAL_{estático} uma vez que nesses casos o valor das opções inerentes a uma gestão activa é nulo. A AOR deverá ser utilizada para decisões de investimento em ambientes incertos, nas quais o valor de novas informações, obtidas com o decorrer do tempo, possui um enorme peso na decisão final.

Figura 3. Complementaridade entre AOR e FCA na tomada de decisão



Fonte: Adaptado de Miller e Park (2002)

Esta complementaridade é fácil de entender, porque a AOR também assenta na análise de FCA. Segundo Trigeorgis (1996), a AOR baseia-se nos fluxos de caixa futuros, taxa de crescimento e incerteza, mas conduz a análise através de um modelo conceptual assente no valor da flexibilidade da gestão com a adopção de uma noção de VAL activo. O pressuposto-chave desta metodologia é o de que a equipa gestora é competente e capaz de exercer as opções no momento óptimo.

A parcela de valor atribuível à possibilidade de gerir activamente um projecto só é superior a zero, quando existe incerteza sobre o valor do mesmo e, em simultâneo, existe o ensejo efectivo de diferir e fazer alterações/correções a meio do percurso, beneficiando da resolução da incerteza com o passar do tempo (Pindyck, 1991).

Projectos de investimento que criam novas opções (investimento exploratório), como projectos de investigação e desenvolvimento (I&D), estudos de mercado e outros investimentos de cariz estratégico, quando avaliados pelo VAL tradicional, tendem a ser erradamente rejeitados (Dixit e Pindyck, 1994 e 1995).

Nas técnicas de análise tradicional, a taxa de actualização utilizada condiciona o valor criado/destruído pelo investimento. Perante projectos com a simples possibilidade de diferimento, Ingersoll e Ross (1992) consideram, no mínimo, prudente, a utilização de elevadas taxas de actualização (bem acima do custo do capital) por parte de alguns gestores, quando utilizam a regra do VAL tradicional.

No entanto, este procedimento, além de intuitivo, acentua ainda mais os problemas que a análise tradicional enfrenta, associados à estimação de prémios de risco e taxas de actualização ajustadas ao risco em ambientes de incerteza. Além do mais, na maioria dos casos, as alterações da exposição à incerteza dos fluxos de caixa entre momentos de tempo diferentes é simplesmente ignorada. A adopção da AOR pode eliminar a necessidade de uma taxa de actualização derivada de um qualquer modelo de suporte inadequado, conforme demonstra o modelo em tempo contínuo de Brennan e Schwartz (1985). Naquele modelo, a decisão de investimento passa a ser modelada como um problema de optimização de controlo estocástico resolvido com métodos numéricos.

Tecnicamente, a AOR permite aos gestores a agregação de um número possível de resultados num único, ainda que ocorram em diferentes períodos de tempo com

diferentes níveis de incerteza e não sejam mutuamente exclusivos (Trigeorgis, 1996). Esta capacidade da AOR, acrescenta um nível de sofisticação e robustez ao processo de tomada de decisão, demonstrada, por exemplo, pela possibilidade de lidar com a natureza estocástica dos preços e das possíveis respostas da equipa de gestão à variação destes mesmos preços (Brennan e Schwartz, 1985).

Desde os anos 80 que a AOR tem vindo a ser aplicada em diferentes domínios de actuação, nomeadamente: projectos de investimento em recursos naturais (Brennan e Schwartz, 1985; Paddock *et al.*, 1988; e Trigeorgis, 1990); terrenos (Titman, 1985 e Quigg, 1993); I&D (Childs e Triantis, 1999); flexibilidade do processo produtivo (Kulatilaka e Marks, 1988); tecnologia (Huisman, 2000); transportes (Smit, 2003 e Bowe e Lee, 2004); e realocização (Couto, 2006).

Paralelamente, tem surgido um conjunto de trabalhos, orientados no sentido de estudar características particulares de determinados tipos de investimento, passíveis de serem enquadradas no conceito de opção real. Entre estes estudos encontramos Kester (1984) que analisa as opções de crescimento como uma componente do investimento das empresas; McDonald e Siegel (1986) desenvolvem uma regra de *timing* óptimo de investimento, através da valorização da opção de diferimento; Majd e Pindyck (1987) derivam uma regra óptima de investimento para projectos de implementação sequencial; Pindyck (1988) examina as implicações da irreversibilidade do investimento na escolha da capacidade, expansão da mesma e valor da empresa; Dixit (1989) analisa, através de valores críticos, a decisão óptima de uma empresa entrar e/ou sair do mercado; Ingersoll e Ross (1992) estudam o efeito da incerteza das taxas de juro nas opções reais; Trigeorgis (1993a) evidencia a natureza das interacções entre múltiplas opções de um mesmo investimento; Kogut e Kulatilaka (1994) conjugam na decisão de investimento o valor da flexibilidade operacional (calculado pela AOR) e a opção de crescimento numa

plataforma de opções que represente a capacidade estratégica de uma empresa; Capozza e Lee (1994) desenvolvem um modelo conceptual que considera o *timing* óptimo e intensidade de desenvolvimento de terrenos urbanos; Abel *et al.* (1996) mostram como as oportunidades de expansão ou contracção futura podem ser avaliadas como uma opção; Berger *et al.* (1996) testam as implicações empíricas do abandono de uma empresa, considerando a informação contabilística e a especificidade dos activos; e Schwartz (1997) analisa as implicações de três modelos com comportamento estocástico dos preços de *commodities* na avaliação de activos reais e decisões de investimento.

Os manuais dedicados às opções reais apenas começaram a surgir na década de 90. Dixit e Pindyck (1994) é provavelmente a referência mais citada neste domínio. Trata-se de um trabalho desenvolvido em tempo contínuo, mediante a utilização de equações diferenciais determinadas em resultado da aplicação de modelos de programação dinâmica ou de modelos de avaliação de análise de direitos contingentes. Trigeorgis (1996) é outro manual influente, mais centrado na aplicação da AOR a decisões de natureza estratégica com flexibilidade na respectiva gestão. Amram e Kulatilaka (1999) apresentam uma perspectiva simples e prática sobre os diferentes modelos de opções reais e respectivas aplicações. Copeland e Antikarov (2003) ostentam um trabalho cujo principal objectivo é o de tornar acessíveis e, se possível, de uso generalizado as técnicas de AOR. Para o efeito socorrem-se de enquadramentos binomiais de implementação simples, propondo em simultâneo uma solução expedita para a dificuldade que a inexistência de um activo reprodutor acarreta, solução esta que designam por MAD (*Market Asset Disclaimer*). Smit e Trigeorgis (2004) focam na integração da estratégia e respectiva avaliação e discutem aplicações da avaliação de opções reais e teoria dos jogos.

Com o virar do século, surgiram na literatura quatro livros de colectâneas de artigos

dignos de destaque. Grenadier (2000) constitui um criterioso compêndio de artigos publicados em diversas revistas, centrados numa perspectiva teórica sobre opções reais e teoria de jogos. Schwartz e Trigeorgis (2001) compilam uma série clássica de artigos de opções reais sobre modelos básicos, avaliação de várias opções reais, estratégia e competição, técnicas numéricas, aplicações e evidência empírica. Paxson (2003) agrupa uma colectânea de artigos relacionados exclusivamente com opções reais em investimento de I&D.

Enquanto a literatura teórica relacionada com avaliação de investimentos mediante a utilização de técnicas de AOR tem registado uma franca expansão no decurso das últimas três décadas, a literatura relacionada com a aplicação empírica deste tipo de modelos de avaliação é escassa. Os poucos trabalhos publicados sobre projectos de investimento estão na sua maioria ligados aos recursos naturais. Dos exemplos que merecem referência destacam-se: Paddock, *et al.* (1988); Brennan e Schwartz (1985); Quigg (1993); Berger *et al.* (1996); Moel e Tufano (2002); e Smit (2003).

No seio da academia, a preocupação com a realização de trabalho aplicado nesta área, tornou-se expressa nos trabalhos de Trigeorgis (1993b e 1996). Embora Schwartz (1997) refira que a utilização da AOR na análise de investimentos está ganhando adeptos na comunidade científica e no meio empresarial, durante os quase 10 anos seguintes, as investigações de campo e os estudos empíricos realizados continuam a ser insuficientes para se testar a conformidade da AOR e das suas implicações com a intuição e experiência dos gestores.

A nova abordagem financeira pela AOR, conjuntamente com a evolução da capacidade de processamento de informação através da informática, possibilita o avanço esperado no desenvolvimento de modelos aplicados de avaliação de projectos e, consequentemente, a tomada de decisões óptimas, alicerçadas nos fundamentos

científicos da gestão e da economia.

A próxima secção apresenta a literatura existente sobre os mais relevantes trabalhos teóricos e empíricos relacionados com a opção de diferimento e momento óptimo para implementar um investimento.

2.1.4. Opção de Diferimento e Momento Óptimo

O valor da opção de diferimento e a importância do momento óptimo resulta da possibilidade de adiar a realização de um investimento irreversível, permitindo beneficiar da progressiva resolução da incerteza associada ao investimento. A decisão de diferir é reversível, pois pode ser revista à medida que se obtêm informações que possibilitem avaliar o investimento com menor incerteza. Como aponta Trigeorgis (1993b), uma empresa, por regra, não é obrigada a investir perante condições desfavoráveis, podendo inclusive adiar o investimento indefinidamente enquanto beneficia das incertezas que o rodeiam.

A opção de diferimento pode ser interpretada como uma opção de compra do tipo americano sobre o valor esperado dos fluxos de caixa gerados pelo investimento, com o preço de exercício igual ao valor actual do investimento (Smit e Ankum, 1993 e Trigeorgis, 1996). Para Lee (1988) e Dixit e Pindyck (1994), a implementação do investimento só se justifica se o valor actualizado dos fluxos de caixa exceder o valor actualizado da despesa de investimento por um prémio substancial. Este prémio visa compensar o custo de oportunidade de sacrificar a opção de esperar por condições mais favoráveis. Isto acontece porque, conforme afirmam Ingersoll e Ross (1992), em cada momento do tempo, qualquer projecto cuja implementação possa ser alvo de diferimento compete consigo próprio – ou seja, com a respectiva implementação num momento futuro.

De acordo com McDonald e Siegel (1986), o custo de oportunidade de investir implica que muitos investimentos deviam ser implementados apenas quando o respectivo valor actual fosse pelo menos o dobro da sua despesa de investimento, mesmo perante cenários de incerteza moderada. Embora numa dimensão diferente, o trabalho de Majd e Pindyck (1987) reforça esta noção. Não investir mesmo quando as taxas de rendibilidade são três a quatro vezes superiores ao custo de oportunidade do capital, poderá, em parte, ser justificado pelo facto das empresas entenderem ser óptimo esperar para ter a certeza de que o estado actual da conjuntura económica não é transitório. Dixit (1992) apelida este fenómeno de “teoria da inércia óptima” e demonstra que, neste contexto, o efeito de *hysteresis* é realmente muito grande, com enorme impacto na decisão de investimento e desinvestimento.

Segundo Trigeorgis (1993b), este tipo de opções é mais comum nos investimentos em recursos naturais, indústrias extractivas, empreendimentos imobiliários, explorações agrícolas e indústria do papel. Neste tipo de investimentos o mesmo autor defende que a opção de diferimento assume maior relevância na decisão óptima de investir, comparativamente com outros.

A literatura sobre a importância prática de um novo método de avaliação de investimentos teve por base o estudo da opção de diferimento. Tourinho (1979) foi dos primeiros investigadores a mostrar que a possibilidade de diferir a exploração de reservas de recursos naturais (como o petróleo) podia ser estudada e avaliada como uma opção. Titman (1985) analisou a construção de um edifício de 6 ou 9 apartamentos, num determinado período ou no período seguinte, tendo concluído que o valor de uma área desocupada é constituído pelo valor derivado da melhor utilização imediata, acrescido do valor da opção de esperar e converter a área numa melhor alternativa futura. O estudo empírico sobre 2.700 transacções imobiliárias realizadas em Seattle, permitiu a

Quigg (1993) encontrar evidência que aponta no sentido de que o modelo de AOR possui poder explicativo sobre os preços de transacção e de que os preços de mercado reflectem um prémio para o *timing* de construção óptimo de terrenos urbanos.

O *timing* de investimento conheceu desenvolvimentos teóricos quando McDonald e Siegel (1986) desenvolveram uma regra para determinar o momento óptimo de investimento considerando como variáveis estocásticas o valor do projecto e a despesa de investimento. Paralelamente, quantificaram o valor perdido quando o investimento é realizado num período não óptimo. Bjerk Sund e Ekern (1990), num exercício semelhante, estudaram uma solução analítica para avaliar a flexibilidade de diferir a exploração de um campo petrolífero quando o preço do *output*, considerado como activo subjacente, é estocástico e segue um processo geométrico *browniano*. Também Quigg (1993) construiu um modelo para avaliar a opção perpétua de construir um tipo óptimo de imóvel no momento óptimo, incorporando duas fontes de incerteza: a despesa de construção (preço de exercício) e o preço do imóvel construído (activo subjacente). Entretanto, Lee (1988), após desenvolver três especificações de modelos para analisar o *timing* óptimo de três investimentos distintos (substituição de equipamento, desenvolvimento de terrenos e comercialização de um novo produto), encontrou evidência empírica de que a avaliação da opção de diferimento dependia crucialmente da escolha do processo estocástico do valor do projecto.

Paddock *et al.* (1988) mostraram que o valor da opção de diferimento da exploração de reservas de petróleo pode representar uma proporção significativa do valor total dos direitos de exploração, especialmente quando as condições actuais e esperadas inviabilizam o desenvolvimento dos campos petrolíferos. No entanto, Copeland e Antikarov (2003) questionaram de alguma forma a relevância destes desenvolvimentos, afirmando que o valor da opção de diferimento se mostrava insuficiente para justificar

os preços pagos pela aquisição do direito de exploração. Provavelmente, os preços pagos deveriam incluir o valor de outras opções incluídas na oportunidade de investimento, mas não consideradas nos desenvolvimentos de Paddock *et al.* (1988).

Ingersoll e Ross (1992), apresentaram uma fórmula analítica para avaliar um investimento, que demonstra que o simples efeito da incerteza das taxas de juro no diferimento óptimo de um investimento apresenta uma dimensão considerável, que não é captada pelo VAL tradicional. No entanto, nestas condições, a opção de diferimento deixa de ter qualquer valor perante um projecto com fluxos de caixa infinitos com uma elevada taxa de crescimento, pois adiar significa atrasar o recebimento de fluxos de caixa e perder o crescimento em causa.

Mesmo que a opção de diferir possua valor, existe sempre a possibilidade de o sacrificar, investindo antecipadamente. Trigeorgis (1996) aponta quatro situações em que tal poderá ser óptimo, quando:

1. O valor dos fluxos de caixa sacrificados é superior ao valor do diferimento;
2. Existem efeitos de experiência vantajosos para o negócio;
3. Se tenta prevenir e eliminar a possibilidade de entrada de concorrentes; e
4. Existe a criação de vantagens competitivas.

O *timing* óptimo de investimento, avaliado pela análise de opções reais aplica-se a diversas situações de investimento. Mauer e Ott (1995) utilizaram o método de avaliação de direitos contingentes para incorporar a incerteza nos custos operacionais de manutenção e o efeito dos impostos, na decisão substituir um investimento.

Recentemente, Couto (2006) investigou a opção de diferimento e o *timing* óptimo no processo de tomada de decisão relativo à escolha da realocização óptima de uma unidade económica em ambiente de incerteza, utilizando uma metodologia dedutiva de

análise de opções reais. Esta aplicação inédita ao problema da realocização de investimentos inclui a valorização da flexibilidade da gestão embutida nos projectos que, caso seja ignorada na respectiva análise económica, produz fenómenos de subavaliação significativa e erros na tomada de decisão. O autor derivou estratégias óptimas de investimento considerando diferentes funções de distribuição, algumas inéditas neste tipo de análise, como a função exponencial truncada, que evita a existência de saltos na eficiência de dimensão arbitrariamente elevada, e a função gama, que possibilita a utilização de mais do que um factor de incerteza. O seu estudo culmina com uma solução geral para qualquer tipo de função densidade de probabilidade para os saltos de eficiência.

Tal como neste último trabalho, a maioria das situações considera a implementação instantânea do investimento, que embora não passe de um mero pressuposto redutor da realidade facilita o tratamento matemático pelos investigadores. Os trabalhos de Majd e Pindyck (1987) e Milne e Whaley (2000) permitiram relaxar este pressuposto, embora aplicado à análise da decisão de investir em projectos com possibilidade de abandono antes de iniciar a actividade. As suas conclusões demonstram que investimentos com elevados períodos de realização e elevado custo de oportunidade dos fluxos de caixa sacrificados apresentam uma tendência para o aumento dos valores críticos de abandono dado pela AOR.

Da mesma forma, a maioria da literatura sobre análise de investimentos sob incerteza pressupõe que a empresa detém o monopólio das oportunidade de crescimento em causa e que o mercado do produto é perfeitamente competitivo, implicando que o investimento não afecta nem os preços nem a estrutura do mercado (Kulatilaka e Perroti, 1998).

Quando as opções são partilhadas por outros investidores, Kester (1984), Smit e

Ankum (1993), Dixit e Pindyck (1994) e Trigeorgis (1996) mostram que a competição pode forçar uma empresa a investir mais cedo, delapidando o valor da flexibilidade inerente à estratégia de diferimento do investimento. Ao contrário das oportunidades que são propriedade de um único investidor, as oportunidades partilhadas são menos atractivas porque a concorrência pode antecipar o respectivo exercício, diminuindo assim o lucro esperado.

Em cenários de inexistência de informação completa sobre os competidores poderá haver motivação para alterações de comportamento, incluindo o diferimento da implementação além do momento crítico (Lambrecht e Perraudin, 2003 e Smit, 2003). De forma similar, perante informação privada assimétrica, Grenadier (1999) prevê que os agentes com mais informação tenderão a exercer as suas opções mais cedo do que o momento óptimo. Outros efeitos sobre a inclusão de interações competitivas podem ser encontrados nos trabalhos de Kulatilaka e Perroti (1992), Smit e Trigeorgis (1993), Grenadier (1996), Kulatilaka e Perroti (1998) e Murto *et al.*, 2004.

Normalmente um projecto de investimento poderá possuir simultaneamente várias opções. Além da opção de diferimento, a literatura habitualmente refere a opção de abandono numa fase intermédia (Trigeorgis, 1990), opção de alterar a escala da produção (Fine e Freund, 1990 e He e Pindyck, 1992), opção de abandono (Bonini, 1977; McDonald e Siegel, 1985; Alvarez, 1990; e Myers e Majd, 1990), opção de alteração de uso (Kulatilaka, 1988; Kulatilaka e Marks, 1988; Triantis e Hodder, 1990; e Kulatilaka e Trigeorgis, 1994), opção de crescimento (Baldwin, 1982; Kester, 1984; Pindyck, 1988; e Chung e Charoenwong, 1991) e interacção de opções (Bjerkstrand e Ekern, 1990; Trigeorgis, 1993a; e Kulatilaka, 1995).

Conforme constatou Trigeorgis (1993b), a maioria das opções presentes nas oportunidades de investimento ocorrem naturalmente enquanto que outras podem ser

planeadas e incluídas deliberadamente, estando sujeitas a uma despesa extra, como são os casos das opções de expansão de capacidade ou de diferimento de uma fase intermédia de um investimento sequencial.

Uma correcta avaliação de um projecto implica o conhecimento de todas as oportunidades nele incorporadas e respectivas interacções competitivas, para que o gestor possa saber quando e qual será a melhor decisão a ser tomada. No entanto, Bjerksund e Ekern (1990), Trigeorgis (1993a) e Bowe e Lee (2004) constataram que, além de aumentar a complexidade, o incremento marginal no valor de um projecto derivado da inclusão de uma opção adicional é decrescente. Por sua vez, Grenadier (2000) reconhece que a literatura das opções reais possui lacunas relativamente à incorporação de interacções competitivas, devido ao aumento exponencial da complexidade matemática na conjugação da AOR com a teoria dos jogos.

Sendo a falta de informação e ausência de mercados organizados dois dos principais problemas associados à aplicação das técnicas de análise de fluxos contingentes à avaliação de muitos investimentos em activos reais, não é surpreendente que a maior parte dos casos da sua aplicação efectiva na AOR tenha ocorrido em projectos cujos fluxos de caixa dependem directamente dos preços de recursos naturais cotados (Kemna, 1993), facto que simplifica a estimação do valor das opções.

Na próxima secção faremos uma revisão da literatura orientada para a modelação de problemas de opções reais, com o intuito de nos inteirarmos dos desenvolvimentos susceptíveis de solucionar situações concretas. Será dada ênfase aos modelos de solução fechada e de solução numérica.

2.2. Abordagens de Modelação de Problemas de Opções Reais

Para calcular o valor de uma opção, utilizando a AOR, os gestores têm de estimar os fluxos de caixa e a incerteza de cada resultado possível, o que envolve algum esforço (Trigeorgis, 1996 e Copeland e Antikarov, 2003). A estimação dos resultados possíveis aumenta a capacidade de percepção dos gestores em relação a todos os benefícios gerados pelos investimentos.

A aplicação de modelos de AOR terá de estar sempre ligada a questões de parcimónia relacionadas com cada caso concreto. Não obstante, Trigeorgis (1988) relembra que o processo e a metodologia têm de ser consistentes, precisos e reproduzíveis. O tempo, recursos e esforço dispendido tem de compensar o valor adicionado pela utilização de um método mais sofisticado. Rose (1998) relata que é necessário maximizar o rácio entre sofisticação e parcimónia do modelo de AOR, como forma de evitar que a inclusão de muito detalhe apenas faça aumentar a incerteza e os custos computacionais.

A resolução de problemas relacionados com opções reais pode ser alcançado utilizando fórmulas fechadas ou através de métodos numéricos. As fórmulas fechadas, como o modelo de avaliação de Black e Scholes (1973), consistem em expressões analíticas previamente derivadas, que produzem um valor final a partir de um conjunto de *inputs* observados sobre um determinado problema específico. Os métodos numéricos avaliam cada problema como sendo único e recorrem a processos de simulação, árvores de decisão, modelos de grelha e/ou métodos de diferenças finitas. O primeiro assenta num processo de indução progressiva⁴, enquanto que os três últimos

⁴ *Forward induction*, na literatura anglo-saxónica.

assentam num processo de indução regressiva⁵. Hull (2005) e Willmott (2000) constituem um bom apontamento introdutório sobre estes métodos.

Os processos de simulação, como o de Monte Carlo, aplicado em Boyle (1977), são mais complexos computacionalmente e crescem com o número de simulações (normalmente, para obter boas aproximações são necessárias centenas de milhar ou mais simulações). São de simples implementação e flexíveis, principalmente na avaliação de opções europeias com múltiplas variáveis, quando os fluxos são dependentes de valores históricos do activo subjacente.

A utilização de árvores de decisão na avaliação de investimentos foi pela primeira vez analisada por Magee (1964a e 1964b). Além de incorporar a flexibilidade da gestão, através da capacidade para reagir às circunstâncias futuras, considera as interacções entre decisões alternativas no presente, eventos incertos e escolhas futuras, com o intuito de maximizar a criação de valor. De acordo com Trigeorgis (1996), o maior problema desta ferramenta está na correcta determinação da taxa de actualização dos fluxos de caixa esperados. Este problema é minimizado por Smith e Nau (1995), que propõem a avaliação de investimentos através da análise de árvores de decisão, com base em probabilidades neutras ao risco. Embora a sua complexidade esteja directamente associada à complexidade do processo de tomada de decisão, Brealey *et al.* (2006) defendem que o modelo possui a vantagem de evidenciar a maioria das opções disponíveis para a gestão. Em situações de elevada complexidade, as árvores de decisão poderão ser resolvidas por simulação de Monte Carlo (Hax e Wiig, 1976).

Os modelos de grelha são muito flexíveis, pois possibilitam, por exemplo, avaliar de forma simples e intuitiva qualquer tipo de opção, assim como várias opções

⁵ *Backward induction* ou *rollback procedure*, na literatura anglo-saxónica.

simultâneas. São modelos pouco dispendiosos a nível computacional e financeiro. A sua precisão é considerável em comparação com outros métodos. Este método tem constituído, nos tempos mais recentes, uma alternativa à complexidade e falta de intuição dos outros métodos na avaliação empírica de opções reais (Trigeorgis, 1991; Brandão, 2002; e Copeland e Antikarov, 2003).

O método de diferenças finitas é complexo e de difícil interpretação, no entanto, na maioria dos casos, é por si só garante de convergência da solução final (Hull, 2005). A sua utilização apenas é indicada quando se está perante uma equação diferencial cuja solução não seja trivial. Brennan e Schwartz (1977, 1978); Brennan (1979); e Majd e Pindyck (1987) constituem alguns exemplos da sua utilização.

A utilização e desenvolvimento do método das diferenças finitas, da simulação de Monte Carlo e de árvores de decisão para avaliar investimentos pela AOR, está fora do âmbito deste trabalho e da respectiva revisão de literatura.

2.2.1. Soluções Fechadas

Os modelos de solução fechada são exactos, rápidos e fáceis de operacionalizar com o auxílio de um simples computador pessoal, mas difíceis de explicar porque utilizam matemática avançada inerente ao cálculo estocástico (Mun, 2002). Além de que, são muito específicos em natureza e gozam de flexibilidade limitada na extensão a outros casos de investimentos em activos reais.

Nesta secção apresentar-se-á um breve enquadramento dos modelos de Black e Scholes (1973), McDonald e Siegel (1986) e Salahaldin e Granger (2005). Esta selecção resulta da intenção de apresentar modelos de referência e de interesse específico no âmbito do trabalho que se pretende desenvolver. O primeiro modelo constitui um trabalho de referência sobre o qual a investigação inicial sobre AOR foi desenvolvida.

Os restantes merecem-nos especial atenção dado o relevo que tencionamos dar no presente trabalho à determinação do momento óptimo de investimento e valorização da opção de diferimento. Ao passo que McDonald e Siegel (1986) constitui um trabalho de referência em AOR, o trabalho de Salahaldin e Granger (2005) apresenta significativas potencialidades de desenvolvimento e aplicação futura.

O modelo de Black e Scholes (1973) assenta numa fórmula fechada desenvolvida para a avaliação de opções financeiras, resolvida a partir de um conjunto de valores de parâmetros de entrada. Apenas o valor do activo subjacente é considerado estocástico.

De acordo com Trigeorgis (1996), quando estudamos um investimento utilizando a AOR e analisamos uma simples opção de compra, similarmente ao que acontece na análise tradicional de projectos de investimento, consideramos fluxos de caixa líquidos, embora de forma ligeiramente modificada. A diferença assenta na consideração de probabilidades de ocorrência associadas a *cash inflows* e *cash outflows*.

Considerando as similaridades entre opções financeiras e opções reais, Luehrman (1998a) apresentou de uma forma simples e intuitiva esta associação através da aplicação do modelo de Black e Scholes (1973) à avaliação de opções reais. Tal como já exposto neste trabalho, a inexistência de mercados completos para a maioria dos activos reais, constitui um factor restritivo à sua aplicação. O modelo apresenta, contudo, outras restrições relacionadas com a possibilidade de exercício da opção apenas na maturidade, que limitam a sua aplicação à AOR.

Apesar de ser utilizado por alguns investigadores, entre os quais Trigeorgis (1996), como *benchmark* relativamente a outros modelos, os resultados do modelo de Black e Scholes (1973), aplicado a investimentos reais, deverão ser sempre analisados com muitas reservas para cada situação. Por exemplo, Mun (2003) detecta que o modelo

falha como *benchmark* em certos tipos de opções reais como as de expansão. A principal razão está na fraca flexibilidade do modelo em se adaptar a cada caso concreto e no facto de apenas considerar um factor de incerteza.

A utilização do modelo de Black e Scholes (1973) e Merton (1973) no âmbito da avaliação de investimentos reais pode ser encontrada em Titman (1985), que procede à respectiva adaptação com vista a determinar os valores de lotes de terreno urbano desocupados. Angelis (2000) constitui outro exemplo de aplicação do modelo de Black e Scholes (1973) a um projecto de I&D, com a particularidade de ter determinado a volatilidade a partir das distribuições subjacentes aos custos e proveitos, em vez do tradicional fluxo de caixa líquido.

Em 1986, McDonald e Siegel desenvolveram um modelo, de solução fechada, para calcular o valor de uma oportunidade de investimento com opção de diferimento. Os seus desenvolvimentos também possibilitam o cálculo do momento óptimo para investir, assim como o valor sacrificado quando uma empresa implementa o investimento antes do momento óptimo. Neste trabalho os autores assumem que os investidores são avessos ao risco e por conseguinte possuem carteiras de investimentos bem diversificadas.

Os desenvolvimentos de McDonald e Siegel (1986) assumem que a despesa de investimento e o valor dos fluxos de caixa gerados seguem um processo geométrico *browniano*. A solução fechada pressupõe que a oportunidade de investimento é perpétua. Na falta deste pressuposto, o modelo apenas poderia ser resolvido numericamente, por uma aproximação em tempo discreto ao problema em tempo contínuo, com aplicação de técnicas de programação dinâmica.

No entanto, perante investimentos com vida útil finita, o modelo de solução fechada

de McDonald e Siegel (1986) permite calcular o valor aproximado da oportunidade de investimento. Esta possibilidade advém do facto dos autores terem incorporado uma distribuição de *Poisson* no processo estocástico que define o valor do projecto. O desconhecimento do momento no qual o valor do projecto se torna nulo é a única desvantagem, pelo que o valor estimado pelo modelo deverá ser visto com reservas perante investimentos cuja vida útil finita seja conhecida.

Recentemente, Salahaldin e Granger (2005) apresentaram um modelo teórico, de solução fechada, utilizando uma metodologia de AOR, para calcular o valor crítico da população de uma cidade, acima do qual se torna óptimo investir num novo sistema de transportes. Na sua essência, trata-se de um modelo de mudança única, do estado inactivo (esperar – zona de continuação) para o estado activo (investir – zona de paragem), em condições de incerteza. A decisão de mudança entre estados é determinada pela evolução de uma variável estocástica, que segue um processo geométrico *browniano*. A opção de diferir é ilimitada e uma vez implementado o investimento, este gera benefícios indefinidamente no tempo.

O objectivo dos autores é analisar a mudança de sistema de transporte, numa cidade em crescimento, de forma a manter a sustentabilidade do crescimento populacional e económico.

Neste sentido, a redução da poluição do ar, através das emissões de carbono, fumos tóxicos, poluição sonora, ocupação de espaços verdes, tráfego e acidentes, constitui o único benefício do investimento. O custo resultante da poluição do ar compreende os resultantes da degradação das condições económicas e de bem-estar das populações, causadas pelo sistema de transporte.

No modelo de Salahaldin e Granger (2005), a regra do momento óptimo para

investir deriva da maximização de um problema de bem-estar⁶ económico. O custo da poluição é tratado como um custo social, assumido implicitamente por cada habitante e, por isso, com influência nas respectivas funções de utilidade⁷ e rendimento disponível. Os autores assumem que a implementação do investimento é instantânea, no momento em que a população crítica é atingida.

Note-se que o modelo de Salahaldin e Granger (2005) é mais parcimonioso comparativamente ao modelo de McDonald e Siegel (1986), dado que depende de apenas seis parâmetros enquanto que este último necessita de dez parâmetros.

2.2.2. Soluções Numéricas

Na sua essência, as soluções numéricas baseiam-se em processos de simulação implementados com o intuito de obter aproximações à solução final. A sua utilização só é possível quando os modelos em causa são formulados em tempo discreto, ou no caso de modelos formulados originalmente em tempo contínuo, desde que se proceda à respectiva discretização prévia. Esta imposição advém da impossibilidade dos actuais recursos computacionais procederem ao tratamento contínuo do tempo em exercícios de simulação.

O recurso a soluções numéricas constitui a alternativa possível nos casos onde a obtenção de soluções fechadas não se revela viável, ou alternativamente, quando as soluções fechadas que são passíveis de ser encontradas são válidas apenas para problemas de tal forma estilizados que carecem da necessária adequação à realidade.

⁶ *Welfare*, na literatura económica anglo-saxónica.

⁷ Nos desenvolvimentos apresentados os autores consideram uma elasticidade unitária entre o custo da poluição, assumido por cada indivíduo, e o nível de população na cidade, em cada momento do tempo.

Dada a complexidade de modelação normalmente associada às decisões de investimento em activos reais, a utilização de soluções numéricas constitui, assim, uma solução natural.

Dentre as várias alternativas de solução numérica disponíveis, ocupar-nos-emos aqui apenas dos denominados modelos de grelha, dada a respectiva relevância potencial para o trabalho aplicado que se pretende desenvolver.

Cox *et al.* (1979) mostraram que a distribuição de probabilidade lognormal contínua podia ser representada por uma grelha binomial, na qual o percurso de uma variável em cada momento do tempo poderia evoluir aleatoriamente em dois sentidos opostos. Este método possibilita que os valores da grelha sejam independentes entre si ao longo do tempo, pois em cada momento podem ser calculados apenas com base no valor inicial do activo subjacente (Elton *et al.*, 2006).

O método de grelha binomial permite que o tempo seja dividido em quantos períodos se desejar. Uma vez que o preço do activo subjacente pode assumir um número quase ilimitado de valores futuros, a análise binomial dará uma noção mais realista e precisa do valor de uma opção quando se considera um grande número de sub-períodos, analisando-se em cada ponto se a opção é mais valiosa “viva” ou “morta” (Kallberg e Laurin, 1997 e Brealey *et al.*, 2006). Em condições especiais, Mun (2002) ilustrou que uma grelha binomial com 50.000 passos obtém o mesmo resultado que a fórmula de Black e Scholes (1973) na avaliação de uma opção de compra.

Em termos gerais, as grelhas binomiais são mais versáteis na aproximação aos problemas reais de avaliação de opções do que as soluções fechadas (Kemna, 1993 e Copeland e Antikarov, 2003). Do ponto de vista prático, a matemática em tempo discreto é mais intuitiva, facto que constitui uma vantagem relativamente às soluções

fechadas desenvolvidas em tempo contínuo. O facto de estar implícito que o valor actual dos activos reais poderá seguir um processo geométrico *browniano*, quando modelado por grelhas binomiais, possibilita a resolução de quase todos os investimentos reais. A sua operacionalização é fácil de explicar embora necessite de grande poder de computação e grande número de passos (nós) para se obterem boas aproximações. Mun (2002) aponta para 1.000 passos como número suficiente para se obterem boas aproximações ao valor real da avaliação.

Tal como afirmam Cox *et al.* (1979), Trigeorgis (1991) e Copeland e Antikarov (2003), no limite, quando o número de períodos se torna muito grande, a distribuição de resultados nas ramificações finais aproxima-se de uma distribuição logarítmica normal. Na essência, a grelha binomial é simplesmente uma simulação discreta do cone da incerteza, enquanto que um processo geométrico *browniano* é uma simulação estocástica em tempo contínuo. Os resultados obtidos por Cox *et al.* (1979) na avaliação de opções com recurso a grelhas binomiais assente na teoria da probabilidade, obtida através de um processo discreto de simulação, aproximaram-se dos resultados baseados no cálculo de *Itô*. Mun (2002) apresenta uma explicação assente em deduções matemáticas de como as equações inerentes à utilização de grelhas binomiais derivam de um processo *browniano*.

Normalmente, as grelhas binomiais são recombinantes. Quando existem duas ou mais variáveis subjacentes estocásticas ou quando a volatilidade de uma variável subjacente varia ao longo do tempo, torna-se necessário utilizar grelhas não recombinantes. Não obstante, no limite, os mesmos resultados são obtidos quer se utilize uma ou outra grelha (Mun, 2002). A principal vantagem das grelhas recombinantes prende-se com o menor dispêndio de tempo e custos computacionais uma vez que os valores idênticos gerados em cada período de tempo são agrupados num

único nó⁸, com a probabilidade de ocorrência a reflectir o número de vezes que idêntico valor é gerado neste mesmo período.

A solução através de grelhas binomiais pode ser obtida utilizando probabilidades neutras ao risco (Copeland e Antikarov, 2003) associadas a carteiras de reprodução. A utilização de carteiras de reprodução permite reproduzir os fluxos de caixa esperados de investimentos reais específicos, utilizando activos cotados em mercados organizados.

Nas grelhas binomiais, a avaliação neutra ao risco evita os problemas de estimação das taxas de actualização ajustadas ao risco, nomeadamente os relacionados com a alteração da estrutura de exposição ao risco ao longo do tempo dos fluxos de caixa considerados. A neutralidade das atitudes dos investidores face ao risco e de qualquer consideração de equilíbrio do mercado de capitais possibilita actualizar valores esperados no futuro com base na taxa de juro sem risco.

Outras das vantagens em aplicar as grelhas binomiais é a sua clareza na identificação das importantes opções existentes e a forma intuitiva como as diversas opções são avaliadas (Smit, 2003). Estas características permitem esbater as limitações da academia relativas ao trabalho aplicado de AOR, tal como apontado por Kemna (1993). O mundo empresarial mostra-se avesso a técnicas muito complicadas baseadas em soluções de cálculo estocástico. Na prática, os modelos de grelha, ao contrário das fórmulas fechadas, podem ser facilmente estendidos para comportar o elevado número de situações específicas de cada projecto.

Os modelos multinomiais proporcionam os mesmos resultados com a vantagem de assumirem menos passos que a grelha binomial, mas contribuem para o aumento da complexidade. Quando se considera que a volatilidade também segue um processo

⁸ Diminuindo exponencialmente o número de nós.

estocástico, Boyle (1988) sugere que se utilize a grelha trinomial. A primeira generalização para k fontes de incerteza (variáveis de estado) com 2^k saltos encontra-se em Boyle *et al.* (1989), cuja precisão é comprovada num caso com três activos subjacentes. No entanto, esta generalização não apresentava garantia quanto à positividade do valor das probabilidades de cada salto, pelo que aplicação da técnica deverá ser verificada para cada caso.

Kamrad e Ritchken (1991) efectuem a comparação da performance entre os modelos binomial, trinomial, tetranomial e pentanomial. No trabalho citado também se pode encontrar uma generalização alternativa, similar a Boyle *et al.* (1989), do modelo de grelha para k variáveis de estado com diversas fontes de incerteza e $2^k + 1$ saltos, baseada na aproximação do processo de rendibilidades logarítmicas por uma grelha multinomial. A vantagem desta nova generalização está em colmatar a falta de garantia das primeiras técnicas relativamente ao sinal da probabilidade.

A modelação de problemas de opções reais facilmente se envolve de enorme complexidade, com influência directa na evolução dos desenvolvimentos teóricos e respectiva aplicação. A próxima secção discute as principais limitações da análise de opções reais.

2.3. Principais Limitações da AOR

Segundo Dixit e Pindyck (1994), Merton (1998) e Copeland e Antikarov (2003), o principal factor estrangulador à aplicabilidade da avaliação de opções reais à análise de investimentos assenta na definição, observação e valorização do activo subjacente. Cox e Ross (1976) baseando-se no princípio da ausência de arbitragem, facilitaram o processo de avaliação de opções ao reconhecerem que uma opção pode ser reproduzida

por uma carteira equivalente, composta por outros títulos cotados. Se para activos financeiros a constituição de carteiras de reprodução pode ser fácil, quando o activo subjacente assume as características de um activo real, a formação de carteiras de reprodução torna-se difícil, senão mesmo impossível (Howell *et al.*, 2001). Além da singularidade da maioria das oportunidades de investimento, esta dificuldade é agravada pelo facto dos activos reais raramente serem transaccionados em mercados organizados.

Neste contexto, é com naturalidade que se questiona a aplicabilidade da avaliação de fluxos contingentes à avaliação de investimentos pela AOR (Majd e Pindyck, 1987). Os modelos de AOR's baseados em enquadramentos de avaliação de fluxos contingentes impõem que se assuma que os mercados são suficientemente completos, por forma a que um novo projecto e as opções nele embutidas não provoquem qualquer alteração no quadro das oportunidades de investimento disponíveis para outros investidores.

Na realidade, os mercados são incompletos para a grande maioria dos projectos de investimento (Brandão e Dyer, 2003), pelo que se torna quase impossível encontrar no mercado uma carteira que replique os fluxos gerados pelo novo investimento. Numa tentativa de contornar este problema, Smith e Nau (1995) recorrem a técnicas de análise de decisão com vista a estenderem a avaliação de opções em mercados incompletos. O trabalho pressupõe que pelo menos uma parte dos fluxos gerados possam ser reproduzidos, pelo que embora o problema não seja totalmente ultrapassado, o seu procedimento permite obter ganhos de precisão nos valores estimados.

Além da já referida ausência de preços cotados e de liquidez, que promovem aproximações imperfeitas ao preço do activo subjacente, Amram e Kulatilaka (1999) apontam como limitações ao novo paradigma a presença de incerteza específica a cada negócio e a existência de diferenças na modelação da incerteza entre o modelo de

avaliação e o modelo teórico correcto.

Outra das grandes limitações do novo paradigma é o isolamento na análise do impacto da concorrência. Na maioria dos casos reais este isolamento não se verifica e, efectivamente, o exercício de uma opção de investimento tem impacto para os restantes agentes económicos no mercado. Adicionalmente, a informação entre agentes não é perfeita, conforme assumem os modelos de opções reais (Grenadier, 2000).

Com estes condicionalismos, a adequada estimação de uma medida de incerteza padece de problemas de precisão. Não obstante as restrições sobre o valor do activo subjacente, o simples cálculo da variância histórica de um activo não traduz necessariamente um bom estimador da medida de risco futura, pois a sua incorporação nas técnicas de avaliação de opções leva a falhas perante alterações repentinas e dramáticas no meio envolvente do negócio (Kallberg e Laurin, 1997; Copeland e Antikarov, 2003; e Smit, 2003).

No entanto, a academia é unânime em reconhecer que, mesmo perante as limitações e dificuldades em encontrar valores observáveis para as variáveis de *input* na avaliação de opções reais, a nova metodologia, desde que aplicada de forma cuidadosa, conduz a melhores decisões que a análise tradicional (Dixit e Pindyck, 1994; Trigeorgis, 1996; e Merton, 1998, entre muitos outros).

Tal como referem Copeland e Antikarov (2003), para ter sucesso, uma nova metodologia deve ser superior à que está sendo substituída, ao mesmo tempo que deve assentar nos princípios básicos existentes, apresentar pouca complexidade e ter grande possibilidade de ser testada e comprovada. Segundo Amram e Kulatilaka (1999), a AOR tem tido uma difusão lenta no meio empresarial porque a maior parte das discussões académicas sobre o assunto se tem centrado na complexidade das equações e

modelos, facto que tem dificultado a compreensão do potencial das ideias subjacentes e a utilidade dos resultados obtidos (*vidé*, v.g., Kemna, 1993).

Segundo Nichols (1994), entender o novo paradigma como uma caixa negra mágica e complexa difícil de perceber, que ignora os conhecimentos das equipas de gestão e mecaniza o processo de tomada de decisão, é uma grande barreira à aceitação das opções na análise de investimentos.

Na realidade desenvolver modelos de opções reais pode implicar a utilização de métodos numéricos complicados, a realização de exercícios sofisticados de cálculo estocástico ou ainda extensivas simulações em computador ao alcance apenas de especialistas. Se por um lado o aumento da difusão da AOR pode beneficiar do contributo da academia em manter uma estrutura simples para permitir soluções analíticas possíveis, a exemplo do trabalho de Bjersund e Ekern (1990), por outro, tal simplicidade inviabiliza a aplicação dos desenvolvimentos a um maior leque de situações reais, por natureza mais complexas.

A literatura sobre opções reais e avaliação de investimentos normalmente aparece associada a projectos que exigem avultadas verbas financeiras com impacto significativo no seio das organizações e sociedade em geral. Estando o presente trabalho relacionado com o investimento na AVF, importa conhecer a literatura sobre opções reais em projectos no sector dos transportes.

2.4. Opções Reais em Projectos no Sector dos Transportes

Os transportes são, na sua essência, dos investimentos mais críticos no que concerne ao crescimento sustentável de uma economia, embora na literatura este seja um assunto

pleno de discussão e alguma controvérsia (Banister e Berechman, 2001). Segundo a revisão de literatura de Wilson (1986), desde 1870 que economistas dedicam atenção aos transportes, sendo o sector ferroviário o principal alvo de investigação. Historicamente os transportes apresentam-se como uma área importante e significativa da economia, assumindo um papel de destaque no respectivo crescimento e desenvolvimento económico. Wilson (1986) refere que erros numa política de investimentos em transportes podem comprometer o crescimento económico, pelo que se torna importante desenvolver e aplicar critérios de decisão apropriados e assentes na análise benefício/custo.

De forma geral, os investimentos em infra-estruturas que geram benefícios e induzem ao crescimento de uma região ou país incluem investimentos em aeroportos, portos, caminhos-de-ferro, redes de energia e redes viárias, entre outros. A dimensão, montantes envolvidos e o impacto directo e indirecto na actividade económica, transforma os grandes investimentos no sector dos transportes em opções estratégicas, que devem ser geridas com flexibilidade (Smit, 2003). A maioria destes investimentos incluem carteiras de opções que visam, de certa forma, proteger da possibilidade de fracasso as avultadas verbas exigidas na sua implementação.

Rose (1998) avaliou a concessão de um investimento em infra-estruturas rodoviárias considerando a existência de duas opções que interagem entre si. O autor assumiu que o volume de tráfego seguia um processo geométrico *browniano* e utilizou a simulação de Monte Carlo para calcular o valor da opção de compra antecipada do projecto pelo concessionário e a opção de diferimento do pagamento das *fees* pelo concessionado.

Por sua vez, Brandão (2002) aplica a metodologia desenvolvida por Copeland e Antikarov (2003) na avaliação de opções associadas a um projecto de concessão da construção e exploração de auto-estradas no Brasil.

Mais recentemente, surgiram dois trabalhos empíricos e um teórico sobre a avaliação pela AOR de investimentos estruturais no sector dos transportes: Smit (2003), Bowe e Lee (2004) e Pereira *et al.* (2006). Smit (2003) e Pereira *et al.* (2006) contemplam investimentos em aeroportos, enquanto que Bowe e Lee (2004) é supostamente pioneiro na análise de um projecto de transporte ferroviário.

Os investimentos em infra-estruturas ou em activos de plataforma geram outras oportunidades de investimento, que alteram a posição competitiva da empresa. Smit (2003) combina a AOR e a teoria dos jogos para capturar o valor implícito derivado da modificação da posição da empresa na indústria, com aplicação à expansão de um aeroporto europeu (Amesterdão). O trabalho em causa veio ajudar a colmatar uma lacuna na literatura sobre opções reais, na qual os investigadores apresentam uma tendência para ignorar a concorrência, menosprezando o impacto da entrada de um novo concorrente ou assumir que esta é exógena ao processo de avaliação. Smit (2003) opta por desenvolver o seu trabalho em tempo discreto, considerando, desta forma, que simplifica e o torna mais acessível às equipas de gestão, ao mesmo tempo que considera possíveis assimetrias entre competidores e possibilita a definição de processos estocásticos alternativos.

A principal diferença que o trabalho de Smit (2003) contém, advém do facto de avaliar as oportunidades de crescimento geradas por uma infra-estrutura como um jogo de exercícios sequenciais. Seguindo os desenvolvimentos de Trigeorgis (1996), Smit (2003) começa por avaliar o projecto-base sem oportunidades de expansão, utilizando a metodologia tradicional, para, de seguida, avaliar as oportunidades de crescimento, num contexto competitivo com outros aeroportos europeus.

Nas respectivas conclusões, Smit (2003) revela evidência de que a localização, dimensão relativa, infra-estruturas existentes, limitações governamentais ao

crescimento, qualidade, posição estratégica da companhia aérea doméstica e a existência de activos complementares, tornam as opções de expansão mais valiosas em aeroportos de maior dimensão por oposição a aeroportos de menor dimensão. Este conjunto de assimetrias competitivas introduzidas no jogo de expansão, além de explicar as diferenças de avaliação, exercício e *timing* das opções de expansão, faz com que os maiores aeroportos tendam a crescer mais rapidamente do que os aeroportos mais pequenos.

Recentemente, Pereira *et al.* (2006) apresentam um modelo em tempo contínuo orientado para a avaliação da oportunidade de investimento num aeroporto, que incorpora a incerteza no número de passageiros e no preço da tarifa aeroportuária e permite simultaneamente a ocorrência de choques positivos e negativos na procura. O modelo considera a existência de um período de construção e inclui a hipótese do investimento possuir uma vida útil finita.

À semelhança de Smit (2003), Bowe e Lee (2004) aplicam a análise numérica binomial. Contudo, fazem-no procedendo à respectiva transformação logarítmica segundo os desenvolvimentos de Trigeorgis (1991), para avaliar o projecto de investimento do comboio de alta velocidade em Taiwan, comparando os resultados obtidos com uma avaliação baseada em técnicas de análise tradicional. O trabalho compreende a avaliação individual de três opções (expansão, redução e diferimento) e respectivas interacções, incluídas num projecto que não distribui dividendos. No entanto, afirmam que a aplicação a estudos que incorporem o efeito de distribuição de dividendos é necessária para que os procedimentos adoptados possam ser incorporados de forma generalizada na literatura sobre a análise de investimentos.

A estimação da variância no estudo de Bowe e Lee (2004) constitui uma aproximação muito grosseira à real volatilidade do valor do activo subjacente, uma vez

que apenas reflecte a incerteza temporal e ignora todos os outros factores que se manifestam através das variáveis que contribuem para a incerteza do fluxo de caixa em cada período. Nesta situação, a literatura prevê a utilização da simulação de Monte Carlo, baseada nas variáveis relativamente às quais os fluxos de caixa são mais sensíveis (*vidé* Copeland e Antikarov, 2003).

Da mesma forma, o procedimento de Bowe e Lee (2004) no processo de actualização quer dos fluxos de caixa operacionais quer das despesas de investimento à taxa do CMPC, está em desacordo com a literatura de análise de investimentos, dada a diferença de exposição ao risco inerente aos dois fluxos de caixa.

Sabemos que a avaliação de opções incluídas em projectos de construção de grandes infra-estruturas implica uma modelação explícita dos fluxos de caixa esperados. Embora academicamente a limitação mais pertinente seja o acesso a informação detalhada e confidencial, Rose (1998) defende que no seio das empresas esta limitação deixa de existir dado que os gestores dos projectos têm, supostamente, acesso a toda a informação necessária para fazer uma avaliação precisa da decisão de investimento com base na AOR.

A inclusão do risco na estimação do valor esperado de um projecto faz-se, na maioria dos casos, através da selecção de variáveis cuja incerteza possua grande influência nas estimativas dos fluxos de caixa. Shilton (1982) analisou o efeito no volume de tráfego ferroviário derivado da introdução de serviços de alta velocidade. No referido estudo empírico, é mostrado que o crescimento no volume de tráfego se deve, numa escala superior ao esperado, aos efeitos do *marketing* que as melhorias inerentes ao aumento da velocidade tornam possível. A experiência do autor indica que os modelos com dados transversais para analisar o crescimento no volume de tráfego tendem a ser pouco fiáveis.

No próximo capítulo deste trabalho apresenta-se um conjunto de desenvolvimentos analíticos que permitem estender a AOR à avaliação do projecto de AVF. Conforme anteriormente constatado, na literatura financeira, a maioria dos estudos aplicados centram-se em investimentos em recursos naturais e a única aplicação à AVF é feita em tempo discreto. O tratamento inédito à avaliação da oportunidade de investimento na AVF, com modelos em tempo contínuo de solução fechada, aplicados a dados reais do caso Português, procurará suprir supostamente uma lacuna na literatura de opções reais.

CAPÍTULO III - Metodologia de Avaliação

3. Metodologia de Avaliação

3.1. Identificação do Problema

Perante a oportunidade de investimento numa linha de AVF é necessário justificar a racionalidade do processo de tomada de decisão de implementação. Num sector assente na exploração da ferrovia convencional, que funciona em monopólio e cujo principal accionista é o Estado, o investimento na AVF em Portugal assume características únicas, passíveis de tratamento pela AOR.

Nestas circunstâncias, o investimento na AVF pertence a todos os potenciais utilizadores que fazem parte de uma economia e que podem usufruir sem restrições dos serviços existentes, oferecidos pela ferrovia convencional. Assim, fará sentido que o Estado invista, caso a vantagem oriunda do serviço de AVF, face ao serviço convencional, justifique o desembolso da despesa de investimento, na sua quase totalidade irreversível. Este enquadramento possibilita considerar de forma hipotética que cada utilizador potencial da AVF assume uma quota-parte da despesa de investimento e respectivos custos, variáveis e fixos, de exploração.

O principal benefício da AVF encontra-se associado à redução do tempo da viagem, (Wilson, 1986). Assuma-se que a conjugação do valor do tempo gasto numa deslocação, η , e o preço, p , da respectiva tarifa compõem o custo da viagem, ψ . Relativizar o benefício do novo serviço, através da diferença entre o custo de realizar uma viagem (ψ) em ferrovia convencional e em AVF, pressupõe que qualquer utilizador apenas optará por viajar em AVF se, no mínimo, a sua função de utilidade mantiver o mesmo nível que possuía na ferrovia convencional. Caso contrário, será sempre melhor desembolsar o preço do serviço convencional mesmo gastando mais tempo na viagem.

O facto do investimento ter um cariz estruturante de escala nacional, como já

referido, permite que seja enquadrado num problema de “bem-estar” económico⁹, assente no equilíbrio entre as funções utilidade de dois serviços similares. Este enquadramento também resulta do facto da decisão sobre este tipo de investimentos influenciar as condições económicas e sociais de gerações futuras.

Sob o pressuposto de manter a função de utilidade e de adoptar um processo estocástico para a procura x_t que possibilite um tratamento analítico ao problema, quanto maior o número de utilizadores dispostos a viajar em AVF, maiores serão os benefícios totais líquidos de custos variáveis e fixos de exploração. Acrescente-se ainda a existência de uma elasticidade positiva entre o valor do tempo de viagem e a procura pela AVF, assim como uma elasticidade cruzada entre o valor da tarifa da ferrovia convencional e a procura pela AVF (adiante será elaborado o enquadramento económico destes pressupostos).

Neste contexto, o presente trabalho pretende desenvolver um enquadramento de AOR desenhado especificamente para proceder à avaliação de um investimento em AVF, em ambiente de incerteza. O estudo irá recair sobre a opção de diferimento incluída na oportunidade de investimento e sobre o momento óptimo da implementação do projecto. O ponto de partida dos desenvolvimentos analíticos considera que o investimento é implementado instantaneamente, à semelhança de McDonald e Siegel (1986), Dixit e Pindyck (1994) e Salahaldin e Granger (2005). De seguida, introduz-se uma inovação neste tipo de problema, com o tratamento analítico de situações em que a implementação do investimento possa demorar n períodos de tempo, em consonância com os desenvolvimentos de Majd e Pindyck (1987) e Pereira *et al.* (2006), em diferentes situações.

⁹ *Welfare problem*, na literatura anglo-saxónica.

A incerteza relativamente ao poder de atracção de clientes pelo novo serviço de AVF, face ao benefício de utilização de um meio de transporte mais rápido, constitui a principal variável da opção de investir hoje ou esperar por um contexto económico mais favorável. O primeiro enquadramento deste trabalho considera que apenas a procura é estocástica.

Adicionalmente o modelo é estendido de forma a incorporar outros factores de incerteza. Sob a assumption de algumas restrições, procura-se obter soluções fechadas para avaliar o momento óptimo de investimento e o valor da opção de diferimento, para cada caso. A primeira extensão considera que a despesa de investimento também segue um movimento geométrico *browniano*, semelhante ao assumido por McDonald e Siegel (1986). A segunda extensão considera o benefício por utilizador como terceira variável estocástica, que também segue um movimento geométrico *browniano*, semelhante ao assumido por Paxson e Pinto (2005) e Pereira *et al.* (2006).

A possibilidade da procura pelo serviço de AVF registar alterações súbitas, decorrentes de mudanças conjunturais inesperadas, por exemplo, potenciadas pela perda de competitividade de serviços concorrentes, leva a que se apresente um modelo com procura estocástica sujeita a choques positivos.

Em qualquer das extensões o tratamento analítico é conceptualmente análogo, exceptuando-se alterações essencialmente notacionais e outras específicas à alteração do modelo, conforme se verá mais adiante, onde também serão tecidas considerações sobre o papel destes desenvolvimentos no caso em estudo.

Independentemente do número de variáveis estocásticas consideradas, o problema consiste na determinação do momento óptimo no qual o investimento deverá ser implementado, de modo a permitir a criação de valor para a sociedade. Quando, no

instante actual, se dissipa parte da incerteza que envolve o projecto, o Estado pode decidir se é óptimo implementar o investimento de imediato ou, pelo contrário, se é preferível esperar. Na ausência de uma carteira de reprodução, o desafio consiste num problema de paragem óptima¹⁰, na linguagem de programação dinâmica, arbitrando uma taxa de actualização. Na região de continuação a decisão óptima é diferir. Na região de paragem a decisão óptima é implementar o investimento. Importa pois, encontrar o nível crítico da procura, x^* , que delimite as duas regiões.

No caso português, a projecção de várias ligações em AVF, poderá permitir a determinação do momento óptimo de implementação, dado pelo nível crítico da procura x^* , como critério de escalonamento das diferentes ligações. Simultaneamente a metodologia de AOR deverá facilitar a valorização das oportunidades de investimento.

Na secção que se segue apresentam-se os desenvolvimentos analíticos do modelo com uma única variável estocástica – a procura pelo serviço de AVF.

3.2. Avaliação de Investimentos pela AOR com Procura Estocástica

Sempre que um investimento possua alguma componente irreversível ou parcialmente irreversível, seja influenciado pela incerteza do ambiente que o rodeia e conceda flexibilidade à equipa de gestão, estão reunidas as condições para que o respectivo valor deste investimento seja parcialmente composto pelo valor das opções que nele se encontram embutidas. Como já referido, a simples existência de uma oportunidade de investimento inclui muitas vezes uma componente de valor associada à opção de diferir a sua implementação (Dixit e Pindyck, 1994).

¹⁰ *Optimal stopping problem*, na literatura anglo-saxónica.

A opção alvo de estudo assume características de uma opção de compra, na qual o Estado Português possui o direito de, em qualquer momento do tempo, adquirir os fluxos de caixa gerados pelo investimento, através do desembolso das despesas de implementação da AVF em Portugal.

O tratamento do problema em tempo contínuo parte do pressuposto que a opção de diferimento é ilimitada no tempo ($T = \infty$) e que o investimento, uma vez implementado, produz efeitos em perpetuidade (Dixit e Pindyck, 1994 e McDonald e Siegel, 1986). O impacto deste pressuposto na avaliação goza de duas importantes premissas. A primeira deve-se ao facto do valor actual dos fluxos de caixa mais longínquos tender para zero à medida que $t \rightarrow \infty$. A segunda advém da existência de despesas de manutenção e conservação dos activos que garantem de certa forma a renovação da sua operacionalidade e, por conseguinte, a geração contínua de benefícios.

3.2.1. Determinação do Momento Óptimo de Investimento – Investimento num Único Período

Perante uma oportunidade de investimento, a decisão de o implementar num momento que não o óptimo, pode originar a destruição de valor. Determinar o momento óptimo para implementar o investimento permite analisar o contributo que a possibilidade de diferimento possui no valor de um projecto.

Assim, importa solucionar o problema de quando investir, ou pelo menos encontrar um valor crítico de referência que possa suportar, de forma racional, a decisão de implementação do investimento. A característica de irreversibilidade quase total do investimento em análise, dado que não existe outra utilidade para o projecto que não seja o transporte ferroviário, acentua a importância da estimação do momento óptimo de implementação.

O modelo adoptado foi originalmente desenvolvido por Salahaldin e Granger (2005) na avaliação do investimento em sistemas sustentáveis de transporte urbano, cujo principal objectivo seria a diminuição da poluição do ar. Na sua essência, trata-se de um modelo de mudança única do estado inactivo para o estado activo, assente numa variável crítica estocástica que conduz à decisão de mudança.

Como anteriormente referido, o investimento estruturante na AVF permite uma análise do ponto de vista global e de “bem-estar” económico. Só fará sentido investir num projecto deste tipo, em ambiente de incerteza, se os benefícios líquidos resultantes deduzidos do valor da opção de diferir, forem iguais ou superiores à utilidade proporcionada pelo transporte ferroviário convencional aos respectivos utilizadores.

A implementação do novo investimento, num determinado momento do tempo que não o óptimo, implica a diminuição da utilidade dos utentes, pelo que neste caso o sucesso do projecto poderá ficar comprometido. Numa situação deste tipo, qualquer utente poderá sempre optar por manter a sua função de utilidade original (mais elevada que a resultante da implementação do novo serviço num momento não óptimo) optando por viajar no serviço convencional em detrimento do serviço de AVF. Caso a decisão de implementação ocorra num momento não óptimo, a capacidade do serviço de AVF atrair clientes poderá ser fortemente penalizada.

Em termos individuais, para se manter a função de utilidade, a parcela de investimento na AVF suportada por cada individuo, que compõe a procura pelo novo serviço, deverá ser idêntica à soma do benefício resultante da diminuição do tempo de viagem e da poupança do valor da tarifa referente à não utilização do serviço convencional, líquido de custos de exploração variáveis e fixos por indivíduo. Recorde-se o pressuposto no qual em qualquer momento do tempo os indivíduos podem optar sem quaisquer restrições pelo serviço ferroviário convencional.

Perante um montante fixo de investimento, quanto maior a procura, maior a relação entre o benefício esperado e a parcela de investimento *per capita*, com a consequente antecipação do momento óptimo de investimento. Facilmente se entende que a principal fonte de incerteza que rodeia o investimento está na estimação do nível da procura pelo serviço de AVF em cada momento do tempo. Aliás, Dixit e Pindyck (1994) ao tecerem algumas considerações sobre a representação do valor de um projecto através de um processo geométrico *browniano*, estão implicitamente a admitir que as flutuações no valor do investimento podem ser derivadas da incerteza em variáveis consideradas básicas, como é o caso da procura subjacente.

Considere-se que a procura potencial pelo novo serviço de alta velocidade, x_t , segue um processo geométrico *browniano*, tal que:

$$dx_t = \mu_x x_t dt + \sigma_x x_t dw_x \quad (3.1)$$

Pressupostos semelhantes podem ser encontrados nos trabalhos de Rose (1998), para o tráfego rodoviário, Salahaldin e Granger (2005) para a evolução da população de uma cidade, Marathe e Ryan (2005) e Pereira *et al.* (2006) para passageiros de uma companhia aérea.

Na equação (3.1), μ_x e σ_x representam, respectivamente, a taxa de crescimento e o desvio padrão da procura pelo serviço de AVF. Assume-se que ambos os parâmetros são constantes ao longo do tempo. O processo de *Wiener* w_x apresenta uma média nula e desvio padrão $\sigma_x \sqrt{dt}$ (Ross, 1996).

Desta forma, é expectável que algures no tempo exista um nível de procura que torne sustentável a quantia a despende com o investimento na AVF, considerando os benefícios resultantes da sua utilização.

No sentido de modelar esta situação iremos assumir que cada utilizador enfrenta um custo, ψ , relacionado com a viagem entre duas cidades. Neste custo podemos incluir o valor do tempo dispendido na viagem, η , e o valor da tarifa, p . De acordo com a literatura, qualquer uma destas duas variáveis assume uma relação com a procura por serviços de transporte ferroviário (*vide* Owen e Phillips, 1987; Wardman, 1994; e Wardman, 1997)

A relação entre o valor do tempo de viagem e a procura por meios de transporte mais rápidos (Owen e Phillips, 1987 e Wardman, 1994) pode ser caracterizada através da seguinte forma funcional:

$$\eta(x_t) = \beta x_t^{\delta_\beta} \quad (3.2)$$

na qual δ_β representa a elasticidade entre o valor do tempo de viagem, η , e a procura pelo serviço de AVF, x . Consequentemente, o parâmetro β reflecte a escala entre a procura, x , e o valor do tempo de viagem, η .

No que respeita à relação entre o valor da tarifa e a procura por serviços ferroviários de transporte, esta poderá ser representada pela seguinte forma funcional (Owen e Phillips, 1987):

$$p(x_t) = \alpha x_t^{\delta_\alpha} \quad (3.3)$$

A elasticidade entre o valor da tarifa, p , e a procura pelo serviço de AVF, x , seja dado pelo parâmetro δ_α . O parâmetro de escala, α , relaciona a procura, x , e o valor da tarifa, p .

As preferências de um indivíduo representativo da procura, pressupondo que é neutro ao risco, podem ser representadas pela função de utilidade $U(c) = c$, em que c

representa o consumo médio dos indivíduos que procuram serviços de AVF. A restrição orçamental será dada por:

$$m_t = c_t + \psi(x_t) \quad (3.4)$$

em que, ψ e m representam, respectivamente, o custo da viagem e o rendimento individual disponível por unidade de tempo.

Substituindo a nova expressão do consumo na função utilidade em análise, obtemos de forma analítica a seguinte função de utilidade V , que representa o valor atribuído por cada indivíduo a uma determinada deslocação:

$$V(x_t) = U(c_t) = m_t - \psi(x_t) \quad (3.5)$$

A relação entre a procura x_t e o valor do tempo de viagem no período anterior, η_0 , durante, η_1 , e após, η_2 , a implementação do investimento, é representada, respectivamente, por β_0 , β_1 e β_2 . Uma vez que o novo serviço de transporte irá proporcionar uma poupança de tempo e, desta forma, diminuir o valor do tempo da viagem de η_0 para η_2 , espera-se que β_0 passe a β_2 , com $\beta_0 > \beta_2$. A diferença entre β_0 e β_2 mede a redução do tempo de viagem.

Por agora vamos pressupor que a implementação do investimento ocorre num único período de tempo, pelo que o início da exploração é imediato. Assim, β_1 torna-se igual a β_2 , pelo que durante a construção o custo de efectuar uma viagem em ferrovia, ψ_1 , é negligenciado.

Analiticamente, o custo de efectuar uma viagem em ferrovia convencional, ψ_0 , e AVF, ψ_2 , é representado pelas seguintes equações:

$$\psi_0(x_t) = \beta_0 x_t^{\delta_\beta} + \alpha_0 x_t^{\delta_\alpha} \quad (3.6)$$

$$\psi_2(x_t) = \beta_2 x_t^{\delta_\beta} \quad (3.7)$$

Para efeitos de modelação, o custo de viajar no serviço convencional, ψ_0 , inclui o valor do tempo dispendido na viagem e o valor da tarifa desembolsada. Em contraste, a função do custo de viajar em AVF aqui considerada, ψ_2 , não é afectada pelo valor da tarifa correspondente, p_2 , porque o modelo de avaliação assume implicitamente que cada utilizador suporta a sua quota parte das despesas de investimento acrescido dos respectivos custos operacionais por utilizador. Por outras palavras, o valor da tarifa do serviço AVF socialmente aceitável, é implicitamente considerado no modelo de avaliação. Consequentemente, não faz sentido duplicar o seu valor.

A existência de um serviço ferroviário convencional, ao qual está associada a tarifa p_0 , permite-nos identificar a relação entre a procura pela AVF x_t e o preço de um serviço substituto (Owen e Phillips, 1987 e Wardman, 1997) dada pela equação (3.3).

Enquanto o investimento não é realizado, a função utilidade é dada por:

$$V_0(x_t) = m_t - \beta_0 x_t^{\delta_\beta} - \alpha_0 x_t^{\delta_\alpha} \quad (3.8)$$

Após a implementação do investimento¹¹, a assumpção da despesa de investimento e dos custos fixos e variáveis de exploração implica que a nova função de utilidade passe a ser dada por:

¹¹ A implementação do investimento num único período, torna a função de utilidade durante o período de construção, $V_1(x_t)$, negligenciável.

$$V_2(x_t) = m_t - \beta_2 x_t^{\delta_b} - \omega - \frac{\varphi}{x_t} - \frac{\rho\gamma}{x_t} \quad (3.9)$$

com γ igual ao valor actual do investimento, ρ a taxa de actualização, ω os custos variáveis operacionais e φ os custos fixos operacionais. Note-se que $\frac{\varphi}{x_t}$ e $\frac{\rho\gamma}{x_t}$ representam, respectivamente, o custo fixo operacional e o custo do investimento, por unidade de tempo, por cada um dos indivíduos que compõem a procura pelo serviço de AVF. Assume-se implicitamente que os efeitos do investimento perdurarão num horizonte ilimitado de tempo.

O objectivo é realizar o investimento sem alterar o equilíbrio da função de utilidade no momento actual, pelo que será necessário encontrar um nível crítico de procura, x^* , acima do qual será óptimo investir.

Considerando que podemos enquadrar esta pretensão como um problema de “bem-estar” inter-gerações, pode-se reproduzir a função objectivo de Ramsey-Koopmans, adoptada por Salahaldin e Granger (2005). Analiticamente, temos:

$$\sup_{x^*} E_x \left(\int_0^{\tau} x_t V_0(x_t) e^{-\rho t} dt + \int_{\tau}^{\infty} x_t V_2(x_t) e^{-\rho t} dt \right) \quad (3.10)$$

onde,

τ = Momento do tempo em que o valor óptimo é atingido pela primeira vez, considerando $E(x^*) = x(0)e^{\mu_x \tau}$;

$V_0(x_t)$ = Função de utilidade por unidade de tempo antes da implementação do investimento, dada pela equação (3.8);

$V_2(x_t)$ = Função de utilidade por unidade de tempo após a implementação do investimento, dada pela equação (3.9); e

x_t = Procura ao longo do tempo, dada pela equação (3.1).

Agregando a utilidade de todos os indivíduos que compõem a procura potencial

antes e depois do investimento e substituindo as equações (3.8) e (3.9) na equação (3.10), obtemos:

$$\sup_{x^*} E_x \left(\int_0^\tau e^{-\rho t} [m_t x_t - \beta_0 x_t^{\theta_\beta} - \alpha_0 x_t^{\theta_\alpha}] dt + \int_\tau^\infty e^{-\rho t} [m_t x_t - \beta_2 x_t^{\theta_\beta} - \omega x_t - \varphi - \rho \gamma] dt \right) \quad (3.11)$$

em que, $\theta_\beta = 1 + \delta_\beta$ e $\theta_\alpha = 1 + \delta_\alpha$.

Decompondo o primeiro elemento de (3.11), obtemos

$$\sup_{x^*} E_x \left(\int_0^\infty e^{-\rho t} [m_t x_t - \beta_0 x_t^{\theta_\beta} - \alpha_0 x_t^{\theta_\alpha}] dt - \int_\tau^\infty e^{-\rho t} [m_t x_t - \beta_0 x_t^{\theta_\beta} - \alpha_0 x_t^{\theta_\alpha}] dt + \int_\tau^\infty e^{-\rho t} [m_t x_t - \beta_2 x_t^{\theta_\beta} - \omega x_t - \varphi - \rho \gamma] dt \right) \quad (3.12)$$

Simplificando (3.12), a função objectivo vem,

$$\sup_{x^*} E_x \left(\int_0^\infty e^{-\rho t} [m_t x_t - \beta_0 x_t^{\theta_\beta} - \alpha_0 x_t^{\theta_\alpha}] dt + \int_\tau^\infty e^{-\rho t} [(\beta_0 - \beta_2) x_t^{\theta_\beta} + \alpha_0 x_t^{\theta_\alpha} - \omega x_t - \varphi - \rho \gamma] dt \right) \quad (3.13)$$

Uma vez que a primeira parcela não depende de τ e x^* , o problema pode ser reescrito, tal que:

$$\sup_{x^*} E_x \left(\int_\tau^\infty e^{-\rho t} [(\beta_0 - \beta_2) x_t^{\theta_\beta} + \alpha_0 x_t^{\theta_\alpha} - \omega x_t - \varphi - \rho \gamma] dt \right) \quad (3.14)$$

Esta função objectivo maximiza os ganhos líquidos na função utilidade, provenientes da opção de reduzir o custo da viagem de ligação entre dois pontos, através da implementação do investimento.

Considere-se,

$$v(x^*) = E_x \left(\int_{\tau}^{\infty} e^{-\rho t} \left[(\beta_0 - \beta_2) x_t^{\theta_\beta} + \alpha_0 x_t^{\delta_\alpha} - \omega x_t - \varphi - \rho \gamma \right] dt \right) \quad (3.15)$$

Aplicando o teorema 7.2.4 de Oksendal (2003), derivado da propriedade fortemente Markoviana, temos:

$$\begin{aligned} E_x \left(\int_{\tau}^{\infty} e^{-\rho t} \left[(\beta_0 - \beta_2) x_t^{\theta_\beta} + \alpha_0 x_t^{\delta_\alpha} - \omega x_t - \varphi - \rho \gamma \right] dt \right) &= \\ &= E_{x^*} \left(\int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left[(\beta_0 - \beta_2) x_t^{\theta_\beta} + \alpha_0 x_t^{\delta_\alpha} - \omega x_t - \varphi - \rho \gamma \right] dt \right) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Pelo teorema da convergência simplificada, obtemos:

$$\begin{aligned} E_{x^*} \left(\int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left[(\beta_0 - \beta_2) x_t^{\theta_\beta} + \alpha_0 x_t^{\delta_\alpha} - \omega x_t - \varphi - \rho \gamma \right] dt \right) &= \\ &= \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left[(\beta_0 - \beta_2) E_{x^*} \left(x_t^{\theta_\beta} \right) + \alpha_0 E_{x^*} \left(x_t^{\delta_\alpha} \right) - \omega E_{x^*} (x_t) - \varphi - \rho \gamma \right] dt \end{aligned} \quad (3.17)$$

Sabendo que x_t segue um processo geométrico *browniano* descrito pela equação (3.1), o valor esperado vem:

$$E_{x^*} (x_t^\theta) = (x^*)^\theta e^{\left(\theta \mu_x t + \frac{1}{2} \theta(\theta-1) \sigma_x^2 t \right)} \quad (3.18)$$

Como forma de garantir que algures no tempo existe um momento no qual será óptimo investir, importa estabelecer a condição de $\rho - \theta \mu_x - \frac{1}{2} \theta(\theta-1) \sigma_x^2 > 0$. Esta condição garante uma taxa de crescimento esperada da procura nunca superior à taxa de actualização e por conseguinte confere uma interpretação financeira racional aos desenvolvimentos matemáticos. Continuando a simplificar e sob a referida condição,

temos:

$$\begin{aligned}
 & \int_0^\infty e^{-\rho t} \left[(\beta_0 - \beta_2) E_{x^*} (x_t^{\theta_\beta}) + \alpha_0 E_{x^*} (x_t^{\theta_\alpha}) - \omega E_{x^*} (x_t) - \varphi - \rho \gamma \right] dt = \\
 & = \frac{2(\beta_0 - \beta_2)(x^*)^{\theta_\beta}}{2\rho - 2\mu_x \theta_\beta - \theta_\beta^2 \sigma_x^2 + \theta_\beta \sigma_x^2} + \frac{2\alpha_0 (x^*)^{\theta_\alpha}}{2\rho - 2\mu_x \theta_\alpha - \theta_\alpha^2 \sigma_x^2 + \theta_\alpha \sigma_x^2} - \frac{\omega(x^*)}{\rho - \mu_x} - \frac{\varphi}{\rho} - \gamma
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Reescrevendo a equação (3.15) com as simplificações realizadas em (3.19), obtém-se:

$$v(x^*) = \left(\begin{array}{l} \frac{2(\beta_0 - \beta_2)(x^*)^{\theta_\beta}}{2\rho - 2\mu_x \theta_\beta - \theta_\beta^2 \sigma_x^2 + \theta_\beta \sigma_x^2} + \frac{2\alpha_0 (x^*)^{\theta_\alpha}}{2\rho - 2\mu_x \theta_\alpha - \theta_\alpha^2 \sigma_x^2 + \theta_\alpha \sigma_x^2} - \\ - \frac{\omega(x^*)}{\rho - \mu_x} - \frac{\varphi}{\rho} - \gamma \end{array} \right) \tag{3.20}$$

Com,

$$A = \frac{2(\beta_0 - \beta_2)}{2\rho - 2\mu_x \theta_\beta - \theta_\beta^2 \sigma_x^2 + \theta_\beta \sigma_x^2} \tag{3.21}$$

$$B = \frac{2\alpha_0}{2\rho - 2\mu_x \theta_\alpha - \theta_\alpha^2 \sigma_x^2 + \theta_\alpha \sigma_x^2} \tag{3.22}$$

$$C = -\frac{\varphi}{\rho} \tag{3.23}$$

$$D = -\gamma \tag{3.24}$$

e

$$F = -\frac{\omega}{\rho - \mu_x} \quad (3.25)$$

a equação (3.15) vem,

$$v(x^*) = A(x^*)^{\theta_\beta} + B(x^*)^{\theta_\alpha} + F(x^*) + C + D \quad (3.26)$$

O valor do projecto de investimento, v , considerando a procura no momento actual, é dado pelo supremo da expressão (3.14) determinado pela maximização da função (3.26), que satisfaz a seguinte equação diferencial:

$$\frac{1}{2}\sigma_x^2 x^2 v''(x) + \mu_x x v'(x) - \rho v(x) = 0, \text{ para } x \neq x^* \quad (3.27)$$

A equação (3.27) satisfaz as seguintes condições de contorno:

1. Inicial:

$$v(0) = 0 \quad (3.28)$$

2. *Value matching condition*:

$$v(x) = Ax^{\theta_\beta} + Bx^{\theta_\alpha} + Fx + C + D, \text{ com } x = x^* \quad (3.29)$$

e,

3. *Smooth-pasting condition*:

$$v'(x) = \theta_\beta Ax^{\theta_\beta-1} + \theta_\alpha Bx^{\theta_\alpha-1} + F, \text{ com } x = x^* \quad (3.30)$$

Sendo a equação (3.27) uma equação diferencial homogénea de segunda ordem de *Cauchy-Euler* (Ross, 1996), a solução pode ser escrita como:

$$v(x) = a_1 x^{r_1} + a_2 x^{r_2} \quad (3.31)$$

onde r_1 e r_2 são as duas raízes da seguinte equação quadrática:

$$\frac{1}{2} \sigma_x^2 r(r-1) + \mu_x r - \rho = 0 \quad (3.32)$$

obtidas por,

$$r_1 = \frac{\left(\frac{1}{2} \sigma_x^2 - \mu_x \right) + \sqrt{\left(\mu_x - \frac{1}{2} \sigma_x^2 \right)^2 + 2\rho\sigma_x^2}}{\sigma_x^2} \quad (3.33)$$

e

$$r_2 = \frac{\left(\frac{1}{2} \sigma_x^2 - \mu_x \right) - \sqrt{\left(\mu_x - \frac{1}{2} \sigma_x^2 \right)^2 + 2\rho\sigma_x^2}}{\sigma_x^2} \quad (3.34)$$

De acordo com a condição inicial (3.28) e como $a_2 x^{r_2}$ tende para infinito quando x tende para zero, $v(x)$ possui limite quando $x \rightarrow 0$, pelo que $a_2 = 0$. Então, a equação (3.31) vem,

$$v(x) = a_1 x^{r_1} \quad (3.35)$$

Utilizando a condição $v(x^*) = A x^{*\theta_\beta} + B x^{*\theta_\alpha} + F x^* + C + D$, obtida pela substituição de x por x^* na equação (3.29), encontramos o coeficiente $a_1 = A x^{*\theta_\beta - r_1} + B x^{*\theta_\alpha - r_1} + F x^{*1 - r_1} + C x^{*-r_1} + D x^{*-r_1}$, pelo que se conclui que a solução da equação (3.27) é:

$$v(x) = e^{-\rho t} \left[A x^{*\theta_\beta - r_1} + B x^{*\theta_\alpha - r_1} + F x^{*1 - r_1} + C x^{*-r_1} + D x^{*-r_1} \right] x^{r_1} \quad (3.36)$$

Para um dado valor de x , em $t = 0$, o valor de x^* que maximiza $v(x)$ é dado de forma implícita pela equação:

$$A x^{*\theta_\beta - r_1} (\theta_\beta - r_1) + B x^{*\theta_\alpha - r_1} (\theta_\alpha - r_1) + F x^{*1 - r_1} (1 - r_1) - C x^{*-r_1} r_1 - D x^{*-r_1} r_1 = 0 \quad (3.37)$$

Desta forma o valor crítico, x^* , apenas pode ser encontrado pela solução numérica da equação (3.37), excepto se assumirmos duas condições. A primeira é relativa à igualdade entre a elasticidade procura pela AVF/valor do tempo de viagem e a elasticidade cruzada tarifa do serviço convencional/procura pela AVF, através da qual se obtém $\theta_\beta = \theta_\alpha = \theta$. A igualdade de elasticidades implica que o valor do tempo de viagem e a tarifa do serviço convencional crescem à mesma taxa ao longo do tempo, pelo que perante determinados cenários de investimento em economias consolidadas, esta condição poderá ser assumida. A segunda condição está relacionada com possibilidade de negligenciar os custos variáveis de exploração, $F = 0$, tendo em conta as características operacionais do investimento. Perante estas duas condições, o valor de x^* tem a seguinte solução:

$$x^* = \exp \left[\frac{\ln \frac{-r_1(C + D)}{(A + B)(r_1 - \theta)}}{\theta} \right] \quad (3.38)$$

O valor crítico, x^* , calculado pelo modelo, representa o nível da procura que quando atingido justifica (torna óptima) a implementação imediata do investimento.

A solução encontrada mantém o equilíbrio da função de utilidade dos utilizadores da AVF comparativamente com o serviço convencional, pelo que torna o valor óptimo

independente do rendimento, m_t , e do valor inicial da procura pelo serviço de AVF, x_t . As características resultantes da consideração do problema de “bem-estar” económico, assente no equilíbrio entre a utilidade de dois serviços similares, tornam este modelo especialmente adequado para analisar decisões de investimento de escala governamental.

De seguida será introduzido no modelo a possibilidade da implementação do investimento em mais do que um período de tempo, antes da sua entrada em funcionamento.

3.2.2. Determinação do Momento Óptimo de Investimento – Investimento em mais do que Um Período

Os grandes projectos raramente conseguem ser implementados num único período de tempo. Desta forma importa incluir no modelo de AOR esta realidade, de modo a contemplar o efeito do tempo de construção no processo de tomada de decisão racional.

Relaxando alguns desenvolvimentos anteriores, permitindo que $\beta_1 \neq \beta_2$, é criado um período de transição que corresponde ao tempo necessário para construir a ligação de AVF entre duas cidades.

Considerando que uma nova ligação em AVF apenas iniciará a sua exploração findo o período estimado para a respectiva construção n , o custo de efectuar a ligação durante o período de implementação do investimento, ψ_1 , continua ser dado por ψ_0 , pelo que β_1 permanece igual a β_0 ($\beta_1 = \beta_0$). Consequentemente a função de utilidade durante o período de construção, $V_1(x_t)$, vem idêntica a $V_0(x_t)$. Com o início da exploração do investimento, o custo da viagem passa a ser dado por ψ_2 , pelo que a redução do tempo

de viagem traduz-se no parâmetro β_2 .

A nova função objectivo de Ramsey-Koopmans vem,

$$\sup_{x^*} E_x \left(\int_{-n}^{\tau} x_{t+n} e^{-\rho n} V_0(x_{t+n}) e^{-\rho t} dt + \int_{\tau}^{\infty} x_{t+n} e^{-\rho n} V_2(x_{t+n}) e^{-\rho t} dt \right) \quad (3.39)$$

onde, agora:

$V_0(x_{t+n})$ = Função de utilidade por unidade de tempo antes do início de exploração do investimento;

$V_2(x_{t+n})$ = Função de utilidade por unidade de tempo após o início de exploração do investimento; e

n = Período de tempo necessário à implementação (construção) do investimento.

Com,

$$V_0(x_{t+n}) = m_{t+n} - \beta_0 x_{t+n}^{\delta_\beta} - \alpha_0 x_{t+n}^{\delta_\alpha} \quad (3.40)$$

e

$$V_2(x_{t+n}) = m_{t+n} - \beta_2 x_{t+n}^{\delta_\beta} - \omega - \frac{\varphi}{x_{t+n}} - \frac{\rho \gamma e^{\rho n}}{x_{t+n}} \quad (3.41)$$

Agregando a função utilidade de todos os indivíduos que compõem a procura potencial, antes e depois da entrada em funcionamento do projecto, e substituindo as equações (3.40) e (3.41) na equação (3.39), obtemos:

$$\sup_{x^*} E_x \left(\int_{-n}^{\tau} e^{-\rho t} \left[(m_{t+n} x_{t+n} - \beta_0 x_{t+n}^{\theta_\beta} - \alpha_0 x_{t+n}^{\theta_\alpha}) e^{-\rho n} \right] dt + \int_{\tau}^{\infty} e^{-\rho t} \left[(m_{t+n} x_{t+n} - \beta_2 x_{t+n}^{\theta_\beta}) e^{-\rho n} - \omega x_{t+n} e^{-\rho n} - \varphi e^{-\rho n} - \rho \gamma \right] dt \right) \quad (3.42)$$

com $\theta_\beta = 1 + \delta_\beta$ e $\theta_\alpha = 1 + \delta_\alpha$.

Procedendo às simplificações idênticas às realizadas na secção anterior e excluindo a parcela não depende de τ e x^* , obtemos a seguinte função objectivo:

$$\sup_{x^*} E_x \left(\int_{\tau}^{\infty} e^{-\rho t} \left[(\beta_0 - \beta_2) x_{t+n}^{\theta_{\beta}} e^{-\rho n} + \alpha_0 x_{t+n}^{\theta_{\alpha}} e^{-\rho n} - \omega x_{t+n} e^{-\rho n} - \varphi e^{-\rho n} - \rho \gamma \right] dt \right) \quad (3.43)$$

Esta função objectivo, similar a (3.14), maximiza os ganhos líquidos na função utilidade, provenientes da opção de reduzir o custo da viagem de ligação entre dois pontos, considerando que a partir da decisão de implementação são necessários n períodos de construção até que a exploração se inicie.

Considere-se agora,

$$v(x^*) = E_x \left(\int_{\tau}^{\infty} e^{-\rho t} \left[(\beta_0 - \beta_2) x_{t+n}^{\theta_{\beta}} e^{-\rho n} + \alpha_0 x_{t+n}^{\theta_{\alpha}} e^{-\rho n} - \omega x_{t+n} e^{-\rho n} - \varphi e^{-\rho n} - \rho \gamma \right] dt \right) \quad (3.44)$$

Recorrendo novamente ao teorema 7.2.4 de Oksendal (2003), derivado da propriedade fortemente Markoviana, obtemos:

$$\begin{aligned} E_x \left(\int_{\tau}^{\infty} e^{-\rho t} \left[(\beta_0 - \beta_2) x_{t+n}^{\theta_{\beta}} e^{-\rho n} + \alpha_0 x_{t+n}^{\theta_{\alpha}} e^{-\rho n} - \omega x_{t+n} e^{-\rho n} - \varphi e^{-\rho n} - \rho \gamma \right] dt \right) = \\ = E_{x^*} \left(\int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left[(\beta_0 - \beta_2) x_{t+n}^{\theta_{\beta}} e^{-\rho n} + \alpha_0 x_{t+n}^{\theta_{\alpha}} e^{-\rho n} - \omega x_{t+n} e^{-\rho n} - \varphi e^{-\rho n} - \rho \gamma \right] dt \right) \end{aligned} \quad (3.45)$$

Pelo teorema da convergência simplificada, temos,

$$\begin{aligned}
& E_{x^*} \left(\int_0^\infty e^{-\rho t} \left[(\beta_0 - \beta_2) x_{t+n}^{\theta_\beta} e^{-\rho n} + \alpha_0 x_{t+n}^{\theta_\alpha} e^{-\rho n} - \omega x_{t+n} e^{-\rho n} - \varphi e^{-\rho n} - \rho \gamma \right] dt \right) = \\
& = \int_0^\infty e^{-\rho t} \left[(\beta_0 - \beta_2) E_{x^*} \left(x_{t+n}^{\theta_\beta} \right) e^{-\rho n} + \alpha_0 E_{x^*} \left(x_{t+n}^{\theta_\alpha} \right) e^{-\rho n} - \omega E_{x^*} \left(x_{t+n} \right) e^{-\rho n} - \varphi e^{-\rho n} - \rho \gamma \right] dt
\end{aligned} \tag{3.46}$$

Sabendo que x_t segue um processo geométrico *browniano* descrito pela equação (3.1) e que $E_{x^*}(x_t^\theta)$ é dado por (3.18), então:

$$E_{x^*}(x_{t+n}^\theta) = (x^*)^\theta e^{\left(\theta \mu_x + \frac{1}{2} \theta (\theta - 1) \sigma_x^2 \right) (t+n)} \tag{3.47}$$

Continuando a simplificar e novamente sob a condição de $\rho - \mu_x \theta - \frac{1}{2} \theta (\theta - 1) \sigma_x^2 > 0$, que garante a existência algures no tempo de um momento óptimo para investir, temos,

$$\begin{aligned}
& \int_0^\infty e^{-\rho t} \left[(\beta_0 - \beta_2) E_{x^*} \left(x_{t+n}^{\theta_\beta} \right) e^{-\rho n} + \alpha_0 E_{x^*} \left(x_{t+n}^{\theta_\alpha} \right) e^{-\rho n} - \omega E_{x^*} \left(x_{t+n} \right) e^{-\rho n} - \varphi e^{-\rho n} - \rho \gamma \right] dt = \\
& \frac{2(\beta_0 - \beta_2)(x^*)^{\theta_\beta} e^{\left(\mu_x \theta_\beta + \frac{1}{2} \theta_\beta (\theta_\beta - 1) \sigma_x^2 \right) n} e^{-\rho n}}{2\rho - 2\mu_x \theta_\beta - \theta_\beta^2 \sigma_x^2 + \theta_\beta \sigma_x^2} + \frac{2\alpha_0 (x^*)^{\theta_\alpha} e^{\left(\mu_x \theta_\alpha + \frac{1}{2} \theta_\alpha (\theta_\alpha - 1) \sigma_x^2 \right) n} e^{-\rho n}}{2\rho - 2\mu_x \theta_\alpha - \theta_\alpha^2 \sigma_x^2 + \theta_\alpha \sigma_x^2} - \\
& - \frac{\omega (x^*) e^{(\mu_x - \rho)n}}{\rho - \mu_x} - \frac{\varphi e^{-\rho n}}{\rho} - \gamma
\end{aligned} \tag{3.48}$$

Reescrevendo a equação (3.44), com as devidas simplificações, obtém-se:

$$\begin{aligned}
v(x^*) = & \frac{2(\beta_0 - \beta_2)(x^*)^{\theta_\beta} e^{\left(\mu_x \theta_\beta + \frac{1}{2} \theta_\beta (\theta_\beta - 1) \sigma_x^2 - \rho\right)n}}{2\rho - 2\mu_x \theta_\beta - \theta_\beta^2 \sigma_x^2 + \theta_\beta \sigma_x^2} + \frac{2\alpha_0 (x^*)^{\theta_\alpha} e^{\left(\mu_x \theta_\alpha + \frac{1}{2} \theta_\alpha (\theta_\alpha - 1) \sigma_x^2 - \rho\right)n}}{2\rho - 2\mu_x \theta_\alpha - \theta_\alpha^2 \sigma_x^2 + \theta_\alpha \sigma_x^2} - \\
& - \frac{\omega(x^*) e^{(\mu_x - \rho)n}}{\rho - \mu_x} - \frac{\varphi e^{-\rho n}}{\rho} - \gamma
\end{aligned} \tag{3.49}$$

Agora com:

$$A_{tc} = \frac{2(\beta_0 - \beta_2) e^{\left(\mu_x \theta_\beta + \frac{1}{2} \theta_\beta (\theta_\beta - 1) \sigma_x^2 - \rho\right)n}}{2\rho - 2\mu_x \theta_\beta - \theta_\beta^2 \sigma_x^2 + \theta_\beta \sigma_x^2} \tag{3.50}$$

$$B_{tc} = \frac{2\alpha_0 e^{\left(\mu_x \theta_\alpha + \frac{1}{2} \theta_\alpha (\theta_\alpha - 1) \sigma_x^2 - \rho\right)n}}{2\rho - 2\mu_x \theta_\alpha - \theta_\alpha^2 \sigma_x^2 + \theta_\alpha \sigma_x^2} \tag{3.51}$$

$$C_{tc} = -\frac{\varphi e^{-\rho n}}{\rho} \tag{3.52}$$

$$F_{tc} = -\frac{\omega e^{(\mu_x - \rho)n}}{\rho - \mu_x} \tag{3.53}$$

e D igual a (3.24). O subscrito tc agora aplicado em A , B , C e F evidencia o efeito do tempo de construção, comparativamente com a notação utilizada na secção anterior.

O supremo da função (3.43) é determinado pela maximização de uma função similar a (3.26), com as devidas alterações notacionais:

$$v(x^*) = A_{tc} (x^*)^{\theta_\beta} + B_{tc} (x^*)^{\theta_\alpha} + F_{tc} (x^*) + C_{tc} + D \tag{3.54}$$

pelo que é resolvida da mesma forma, pois satisfaz a mesma equação diferencial (3.27) e as respectivas condições de fronteira (3.28), (3.29) e (3.30).

Deste modo, para um determinado valor de x , em $t=0$, o valor de x^* que

maximiza $v(x)$ é dado pela solução numérica da seguinte equação:

$$A_{tc}x^{*\theta_\beta-r_1}(\theta_\beta-r_1)+B_{tc}x^{*\theta_\alpha-r_1}(\theta_\alpha-r_1)+F_{tc}x^{*1-r_1}(1-r_1)-C_{tc}x^{*-r_1}r_1-Dx^{*-r_1}r_1=0 \quad (3.55)$$

com r_1 dado pela equação (3.33).

Quando $\theta_\beta = \theta_\omega = \theta$ e $F = 0$, x^* é dado pela solução fechada semelhante à equação (3.38):

$$x^* = \exp \left[\frac{\ln \frac{-r_1(C_{tc} + D)}{(A_{tc} + B_{tc})(r_1 - \theta)}}{\theta} \right] \quad (3.56)$$

Também neste caso o valor crítico, x^* , calculado pelo modelo, representa o nível óptimo da procura a partir do qual o investimento deve ser implementado, ao mesmo tempo que considera que este investimento só produzirá resultados dentro de n períodos.

Pela análise tradicional apenas se deve investir na AVF quando a redução do custo da viagem medido pela diferença entre ψ_0 e ψ_2 for, no mínimo, suficiente para cobrir o valor a desembolsar para implementar o investimento acrescido dos custos de exploração. Analiticamente, para $\theta = \theta_\beta = \theta_\omega$ e $F_{tc} = 0$ e qualquer $n \geq 0$, temos em termos totais:

$$\beta_0 x_{t+n}^\theta + \alpha_0 x_{t+n}^\theta > \beta_2 x_{t+n}^\theta + \varphi + \rho \gamma e^{\rho n} \quad (3.57)$$

Considerando $x_{t+n}^\theta \equiv x_t^\theta e^{\theta \mu n}$, só se deveria investir caso a procura potencial seja, tal que:

$$x_t > \hat{x} = \left[\frac{\varphi + \rho\gamma e^{\rho n}}{(\beta_0 - \beta_2 + \alpha_0)e^{\theta_{in}}} \right]^{\frac{1}{\theta}} \quad (3.58)$$

em que \hat{x} representa o nível crítico da procura, dado pela análise tradicional, a partir do qual o investimento deve ser implementado.

A comparação entre a regra óptima de investimento da AOR (3.38) e a análise tradicional torna-se mais clara se num investimento implementado de forma instantânea considerarmos $\theta = 1$, assim como a inexistência de custos fixos e variáveis ($\varphi = \omega = 0$).

Neste caso, as equações (3.56) e (3.58) vêm, respectivamente:

$$x^* = \frac{-r_1 D}{(r_1 - 1)(A_{tc} + B_{tc})} \quad (3.59)$$

$$\hat{x} = \frac{\rho\gamma}{(\beta_0 - \beta_2 + \alpha_0)} \quad (3.60)$$

As equações (3.59) e (3.60) mostram que $x^* > \hat{x}$. Assim, quando $\hat{x} < x_t < x^*$, a decisão de implementação imediata pela análise tradicional leva a uma delapidação de valor, uma vez que o valor do projecto continua inferior à soma do custo do investimento e do custo de sacrificar a opção de diferimento. Esta conclusão difere da de Salahaldin e Granger (2005), uma vez que estes autores concluem ser óptimo investir após esperar por um valor crítico inferior ao dado pela análise tradicional, $x^* < \hat{x}$.

A próxima secção apresenta os desenvolvimentos analíticos que permitem obter o valor do investimento na AVF com base no modelo de AOR que contempla a possibilidade da implementação ocorrer em mais do que um período. Simultaneamente, os próximos desenvolvimentos permitem obter o valor da opção de diferimento.

3.2.3. Avaliação do Investimento na AVF pela AOR

Considerando a solução para a função de valor do investimento dada pela equação (3.36), para um dado valor de x , em $t = 0$, o valor da oportunidade de investimento, quando $x < x^*$, é dado por:

$$v(x) = \left(\frac{x}{x^*} \right)^{r_1} \left[A_{tc} x^{*\theta_\beta} + B_{tc} x^{*\theta_\alpha} F_{tc} x^* + C_{tc} + D \right] \quad (3.61)$$

enquanto que para $x \geq x^*$ o valor do investimento é dado por:

$$v(x) = \left[A_{tc} x^{\theta_\beta - r_1} + B_{tc} x^{\theta_\alpha - r_1} + F_{tc} x^{1-r_1} + C_{tc} x^{-r_1} + D x^{-r_1} \right] x^{r_1} \quad (3.62)$$

Considerando $\theta = \theta_\beta = \theta_\alpha$ e $F_{tc} = 0$, podemos substituir o valor crítico, x^* , dado pela equação (3.56), no segundo elemento do segundo membro da equação (3.61) e, com as devidas simplificações, podemos reescrever a solução da função do valor do projecto, tal que:

$$v(x) = \begin{cases} \left(\frac{x}{x^*} \right)^{r_1} \left[\frac{\theta(C_{tc} + D)}{\theta - r_1} \right] & \text{para } x < x^* \\ (A_{tc} + B_{tc})x^\theta + C_{tc} + D & \text{para } x \geq x^* \end{cases} \quad (3.63)$$

com C_{tc} , D , r_1 , A_{tc} e B_{tc} dados por (3.52), (3.24), (3.33), (3.50) e (3.51), respectivamente.

Em consonância com a literatura (*vidé* McDonald e Siegel, 1986; e Dixit e Pindyck, 1994), a partir do momento (τ) em que o número óptimo de passageiros é atingido (x^*), o valor da opção de diferimento deixa de ter qualquer valor, pois a decisão óptima

é a de implementar o investimento nesse momento e receber em troca o VAL do projecto de AVF, dado por $A_{tc}x^{\theta_\beta} + B_{tc}x^{\theta_\alpha} + F_{tc}x + C_{tc} + D$.

Enquanto o momento óptimo para a implementação do investimento não é atingido, $t < \tau$, existe sempre valor inerente à espera por nova informação sobre a procura. Neste caso, o valor da opção de diferimento é obtido pela diferença entre $v(x)$ e o VAL obtido com a procura esperada naquele momento.

O modelo agora apresentado apesar de se basear no trabalho de Salahaldin e Granger (2005), introduz um conjunto variado de desenvolvimentos e generalizações, nomeadamente a inclusão do impacto do período de construção na avaliação, os custos variáveis e fixos de exploração, e integração na solução final da elasticidade entre o valor do tempo de viagem e a procura pela AVF e a elasticidade cruzada entre a tarifa do serviço ferroviário convencional e a procura pela AVF. Como o modelo é desenvolvido em termos de utilidade diferencial, outros factores além dos associados ao custo da viagem (v.g., rendimento) não exercem influência, uma vez que se mantêm iguais antes e após a implementação do investimento para os dois serviços ferroviários.

Segundo o modelo apresentado, quando a elasticidade procura/valor do tempo de viagem é nula, $\delta_\beta = 0 \Rightarrow \theta_\beta = 1$, assume-se implicitamente que o valor do tempo de viagem não sofrerá ao longo do período alterações reais quer para o serviço convencional quer para o serviço de AVF. De modo semelhante, a tarifa do serviço ferroviário convencional mantém-se constante em termos reais ao longo do tempo quando $\delta_\alpha = 0 \Rightarrow \theta_\alpha = 1$. De forma indirecta, as alterações reais nos preços de ambos os serviços acontecem quando ambas as elasticidades assumem valores superiores a zero.

No caso de $\theta_\beta > 1$, pressupõe-se que ao longo do tempo a taxa de crescimento do

valor do tempo de viagem está directamente relacionada com a taxa de crescimento do número de passageiros. Este comportamento da procura por um meio de transporte mais rápido face ao valor do tempo de viagem encontra fundamento nos trabalhos de Owen e Phillips (1987) e Wardman (1994). Neste sentido, justifica-se que o crescimento na procura pela AVF seja devido, pelo menos em parte, ao aumento da valorização do tempo dispendido na viagem pelos utilizadores deste serviço.

Por sua vez, espera-se uma elasticidade cruzada positiva entre a tarifa do serviço ferroviário convencional e a procura pela AVF, pelo que $\theta_{\alpha} > 1$. Segundo os trabalhos Owen e Phillips (1987) e Wardman (1997), sobre a procura por serviços ferroviários no Reino Unido, os incrementos na tarifa de serviços substitutos tendem a provocar aumentos na procura de transportes ferroviários.

Considerar $\theta_{\beta} = \theta_{\alpha}$ significa que quer o valor do tempo de viagem quer a tarifa de transporte em ferrovia convencional registam o mesmo comportamento percentual em termos reais. Perante valores semelhantes para ambas as elasticidades, o efeito deste pressuposto, redutor da realidade, poderá ser negligenciável.

A justificação da adopção do modelo desenvolvido é dada pelo facto de o valor total de um projecto avaliado pela AOR inclui uma parcela que respeita ao valor de esperar pela resolução da incerteza, quantificado pela opção de diferimento. Quando a possibilidade de diferir não está presente, a exemplo da análise tradicional, esta componente de valor não é tida em consideração, subestimando os resultados da mesma. O valor da possibilidade de adiar o investimento face à análise tradicional, resulta da incorporação do valor subjacente ao “lado bom” da incerteza (McDonald e Siegel, 1986 e Dixit e Pindyck, 1994) relativamente à procura pelo serviço de AVF. Por sua vez, o “lado mau” da incerteza sobre a procura está limitado pela opção de continuar

a diferir (não investir), caso o cenário continue pouco atractivo.

Em suma, os desenvolvimentos apresentados, relativos ao momento óptimo de investir e ao valor da oportunidade de investimento, possuem a vantagem de proporcionar uma forma clara de avaliar a utilidade em cada momento do tempo, do investimento na AVF, para um conjunto de utilizadores potenciais que fazem parte de uma sociedade.

Além da incerteza relativa à procura, o projecto poderá ser afectado por outras fontes de incerteza, ainda que de forma menos acentuada. Os próximos desenvolvimentos incluem no modelo de avaliação o montante da despesa de investimento como segunda fonte de incerteza.

3.3. Avaliação de Investimentos pela AOR com Procura e Investimento Estocásticos

Com base nos desenvolvimentos e pressupostos da secção anterior, podemos estender o modelo de forma a contemplar mais um factor de incerteza além da procura pelo serviço de AVF. Vamos pressupor que a despesa de investimento também possa ser influenciada pela incerteza com o decorrer do tempo. Trata-se de um pressuposto relevante para projectos sujeitos a variações de preço ao longo do tempo, dada a natureza dos bens de investimento, a exemplo dos activos tecnologicamente evoluídos.

Nestes casos, o valor do investimento é expresso como função de ambas as variáveis $v(x, \gamma)$, pelo que se torna necessário encontrar a curva de valores críticos (x^*, γ^*) que delimita a região de valores de (x, γ) em que não é óptimo investir, da região de valores para os quais se torna óptimo investir.

3.3.1. Determinação do Momento Ótimo de Investimento

Considere-se que a procura pelo serviço de AVF segue um processo geométrico *browniano* descrito pela equação (3.1) e que a despesa de investimento também segue um processo idêntico descrito por:

$$d\gamma_t = \mu_\gamma \gamma_t dt + \sigma_\gamma \gamma_t dw_\gamma \quad (3.64)$$

podendo inclusive permitir que a incerteza das duas variáveis possa estar de certa forma correlacionada, $E(dw_x dw_\gamma) = \text{corr}_{x,\gamma} dt$, porventura devido a choques macroeconómicos comuns (McDonald e Siegel, 1986 e Dixit e Pindyck, 1994). Note-se que, neste caso específico, a partir da decisão ótima de implementação do investimento, a incerteza na evolução do valor da despesa de investimento se torna irrelevante.

Neste contexto, o valor actualizado dos benefícios totais líquidos gerados pelo investimento $Z(x)$, na região de paragem, resulta da equação (3.54), em $x \geq x^*$, pelo que:

$$Z(x) = A_{tc} x^{\theta_\beta} + B_{tc} x^{\theta_\alpha} + F_{tc} x + C_{tc} \quad (3.65)$$

com A_{tc} , B_{tc} , C_{tc} e F_{tc} dado por (3.50), (3.51), (3.52) e (3.53), respectivamente.

No entanto, a mesma simplicidade já não existe quando queremos conhecer o valor do investimento em $x < x^*$, uma vez que este depende de x e γ , agora ambos estocásticos. De forma semelhante ao modelo apresentado com uma única variável estocástica da (secção 3.2), também nesta situação estamos perante uma oportunidade de investimento, que não gera qualquer fluxo de caixa até ao momento em que o investimento é implementado. O valor associado à manutenção da oportunidade em aberto advém exclusivamente da apreciação do próprio valor do investimento, dado pela

função $v(x, \gamma)$, que incorpora o valor da opção de diferimento.

Deste modo, na região de continuação (quando ainda não é óptimo implementar o investimento) a equação de *Bellman* é dada por:

$$\rho v dt = E(dv) \quad (3.66)$$

que refere que num intervalo de tempo dt , a rendibilidade total da oportunidade de investimento, $\rho v dt$, é igual à rendibilidade esperada resultante da apreciação do valor do projecto ao longo do tempo.

Se expandirmos dv utilizando o lema de *Itô* para duas variáveis estocásticas, conforme Neftci (2000), temos:

$$dv = \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial \gamma} d\gamma + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} (dx)^2 + \frac{\partial^2 v}{\partial \gamma^2} (d\gamma)^2 + 2 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \gamma} dx d\gamma \right] \quad (3.67)$$

Substituindo em (3.67) dx e $d\gamma$ dado, respectivamente, por (3.1) e (3.64), e considerando $E(dw) = 0$, obtemos:

$$E(dv) = \mu_x x \frac{\partial v}{\partial x} dt + \mu_\gamma \gamma \frac{\partial v}{\partial \gamma} dt + \frac{1}{2} \left[\sigma_x^2 x^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \sigma_\gamma^2 \gamma^2 \frac{\partial^2 v}{\partial \gamma^2} + 2 \text{corr}_{x,\gamma} \sigma_x \sigma_\gamma x \gamma \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \gamma} \right] dt \quad (3.68)$$

Substituindo a equação (3.68) em (3.66) e dividindo tudo por dt , obtemos a equação diferencial parcial, que satisfaz a função de valor do investimento $v(x, \gamma)$ na região de continuação:

$$\frac{1}{2} \left[\sigma_x^2 x^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \sigma_\gamma^2 \gamma^2 \frac{\partial^2 v}{\partial \gamma^2} + 2 \text{corr}_{x,\gamma} \sigma_x \sigma_\gamma x \gamma \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \gamma} \right] + \mu_x x \frac{\partial v}{\partial x} + \mu_\gamma \gamma \frac{\partial v}{\partial \gamma} - \rho v = 0$$

(3.69)

Com as seguintes condições de contorno:

1. Inicial:

$$v(0, \gamma) = 0$$

(3.70)

2. *Value matching condition:*

$$v(x, \gamma) = Z(x) - \gamma = A_{tc}(x)^{\theta_\beta} + B_{tc}(x)^{\theta_\alpha} + F_{tc}(x) + C_{tc} - \gamma,$$

com $x = x^*$ e $\gamma = \gamma^*$

(3.71)

3. *Smooth-pasting conditions:*

$$v_x(x, \gamma) = Z'(x) = \theta_\beta A_{tc} x^{\theta_\beta - 1} + \theta_\omega B_{tc} x^{\theta_\omega - 1} + F'_{tc}, \text{ com } x = x^* \text{ e } \gamma = \gamma^*$$

(3.72)

e

$$v_\gamma(x, \gamma) = v'(x, \gamma) = -1, \text{ com } x = x^* \text{ e } \gamma = \gamma^*$$

(3.73)

A resolução da equação diferencial parcial (3.69), em conjunto com as condições de contorno (3.70) a (3.73), além de delimitar a região de valores críticos de implementação do investimento, constitui a solução da função do valor do projecto $v(x, \gamma)$ na região de continuação.

No entanto, a complexidade da equação diferencial parcial (3.69) não permite uma solução analítica, restando a aplicação de métodos numéricos capazes de resolver problemas de limites-livres para equações diferenciais parciais elípticas, conforme apontam Dixit e Pindyck (1994).

Com o intuito de obter desenvolvimentos analíticos para a solução do valor do investimento, podemos considerar $\theta = \theta_\beta = \theta_\alpha$, $F_{tc} = 0$ e $C_{tc} = -l\gamma$. Esta última condição permite representar os custos fixos de exploração como uma proporção (l) da despesa de investimento. Estas simplificações garantem a existência da homogeneidade natural do problema, explorada por McDonald e Siegel (1986), permitindo a sua redução a uma única dimensão.

A homogeneidade natural deste problema específico resulta do facto de qualquer constante multiplicada por x^θ e por γ , simplesmente afecta o valor actualizado dos benefícios totais líquidos gerados pelo investimento, $Z(x)$, e a despesa de investimento, γ , na mesma proporção da constante.

Podemos escrever a função de valor do projecto de investimento, tal que:

$$v(kx, k\gamma) = kf(x^\theta, \gamma) \quad (3.74)$$

Considerando $k = \frac{1}{\gamma}$ e após processo de simplificação, temos:

$$v(x, \gamma) = \gamma f\left(\frac{x^\theta}{\gamma}, 1\right) = \gamma f\left(\frac{x^\theta}{\gamma}\right) \quad (3.75)$$

em que f é uma função a ser determinada.

Definindo que:

$$q = \frac{x^\theta}{\gamma} \quad (3.76)$$

então, a decisão óptima apenas depende do valor crítico q^* .

A função f desconhecida poderá ser determinada a partir de sucessivas diferenciações de $v(x, \gamma)$ dado pela equação (3.75). Considere-se f' e f'' a primeira e segunda derivadas, respectivamente, da função f . As respectivas derivadas de $v(x, \gamma)$ vêm:

1. Primeira derivada de $v(x, \gamma)$ em ordem a x :

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \theta x^{\theta-1} f'(q) \theta x^{\theta-1} \quad (3.77)$$

2. Primeira derivada de $v(x, \gamma)$ em ordem a γ :

$$\frac{\partial v}{\partial \gamma} = f(q) - \frac{x^\theta}{\gamma} f'(q) \quad (3.78)$$

3. Segunda derivada de $v(x, \gamma)$ em ordem a x :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \theta \left[\frac{\theta x^{2\theta-2}}{\gamma} f''(q) + (\theta-1) x^{\theta-2} f'(q) \right] \quad (3.79)$$

4. Segunda derivada de $v(x, \gamma)$ em ordem a γ :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \gamma^2} = \frac{x^{2\theta}}{\gamma^3} f''(q) \quad (3.80)$$

e

5. Segunda derivada cruzada de $v(x, \gamma)$ em ordem a x e γ :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \gamma} = \theta x^{\theta-1} \left[\left(-\frac{x^\theta}{\gamma^2} \right) f''(q) \right] \quad (3.81)$$

Substituindo as equações (3.77) à (3.81) na equação diferencial parcial (3.69), dividindo tudo por γ e simplificando, obtemos a seguinte equação diferencial ordinária:

$$\frac{1}{2} [\sigma_x^2 \theta^2 + \sigma_\gamma^2 - 2\sigma_x \sigma_\gamma \text{corr}_{x,\gamma} \theta] q^2 f''(q) + \left[\mu_x \theta + \frac{1}{2} \sigma_x^2 \theta(\theta-1) - \mu_\gamma \right] q f'(q) - (\rho - \mu_\gamma) f(q) = 0 \quad (3.82)$$

que satisfaz as seguintes condições de contorno:

1. Inicial:

$$f(0) = 0 \quad (3.83)$$

2. *Value matching condition*:

$$f(q) = q(A_{tc} + B_{tc}) - l - 1, \text{ para } q = q^* \quad (3.84)$$

e,

3. *Smooth-pasting condition*:

$$f'(q) = (A_{tc} + B_{tc}), \text{ para } q = q^* \quad (3.85)$$

A solução geral da equação (3.82) é dada por:

$$f(q) = b_1 q^{s_1} + b_2 q^{s_2} \quad (3.86)$$

onde s_1 e s_2 são as duas raízes da equação quadrática:

$$\frac{1}{2}[\sigma_x^2\theta^2 + \sigma_\gamma^2 - 2\sigma_x\sigma_\gamma\text{corr}_{x,\gamma}\theta]s(s-1) + \left[\mu_x\theta + \frac{1}{2}\sigma_x^2\theta(\theta-1) - \mu_\gamma\right]s - (\rho - \mu_\gamma) = 0 \quad (3.87)$$

obtidas por,

$$s_1 = \frac{\left(\frac{1}{2}\sigma_q^2 - \mu_q\right) + \sqrt{\left(\mu_q - \frac{1}{2}\sigma_q^2\right)^2 + 2\sigma_q^2(\rho - \mu_\gamma)}}{\sigma_q^2} \quad (3.88)$$

e

$$s_2 = \frac{\left(\frac{1}{2}\sigma_q^2 - \mu_q\right) - \sqrt{\left(\mu_q - \frac{1}{2}\sigma_q^2\right)^2 + 2\sigma_q^2(\rho - \mu_\gamma)}}{\sigma_q^2} \quad (3.89)$$

com $\sigma_q^2 = \sigma_x^2\theta^2 - 2\sigma_x\sigma_\gamma\text{corr}_{x,\gamma}\theta + \sigma_\gamma^2$ e $\mu_q = \mu_x\theta + \frac{1}{2}\sigma_x^2\theta(\theta-1) - \mu_\gamma$.

Voltando à solução geral (3.86) e considerando a condição inicial (3.83), verificamos que quando $q \rightarrow 0$, $f(q)$ deverá também tender para zero, pelo que obriga a que $b_2 = 0$. A equação (3.86) vem,

$$f(q) = b_1 q^{s_1} \quad (3.90)$$

Com base na equação (3.90) e na *value matching condition* $f(q^*) = q^*(A_{tc} + B_{tc}) - l - 1$, obtém-se o coeficiente $b_1 = q^{*1-s_1}(A_{tc} + B_{tc}) - l q^{*-s_1} - q^{*-s_1}$, concluindo que a solução da equação (3.82) é dada por:

$$f(q) = \left[q^{*1-s_1}(A_{tc} + B_{tc}) - l q^{*-s_1} - q^{*-s_1} \right] q^{s_1} \quad (3.91)$$

O valor de q^* que maximiza $f(q)$ é dado por:

$$q^* = \left[\frac{(l+1)}{(A_{tc} + B_{tc})} \right] \left[\frac{s_1}{s_1 - 1} \right] \quad (3.92)$$

O valor crítico, q^* , calculado pelo modelo, representa o rácio óptimo entre $\frac{x^\theta}{\gamma}$, que quando atingido justifica a implementação imediata do investimento. Tal como no modelo influenciado apenas pela procura estocástica, a solução agora encontrada mantém o equilíbrio da função de utilidade entre os utilizadores da AVF e do serviço ferroviário convencional.

A partir da solução analítica de q^* é possível encontrar o valor crítico da procura, x^* , para um conhecido valor de despesa de investimento γ , num determinado momento do tempo. Neste caso, o valor crítico da procura pode ser obtido considerando as equações (3.76) e (3.92), tal que:

$$x^* = \left[\frac{(l+1)}{(A_{tc} + B_{tc})} \frac{s_1}{(s_1 - 1)} \gamma \right]^{\frac{1}{\theta}} \quad (3.93)$$

Esta solução mostra-se consistente com a solução obtida pela equação (3.56), quando os custo fixos de exploração são considerados como uma proporção da despesa de investimento, $C_{tc} = -l\gamma$. As únicas diferenças entre ambas as soluções residem na forma como cada uma capta o efeito da elasticidade (θ) e na forma de cálculo das raízes s_1 e r_1 obtidas, respectivamente, por (3.88) e (3.33). A conjugação destas duas diferenças traduz a inclusão do efeito da incerteza sobre a despesa de investimento.

No caso de se esperar um crescimento positivo na despesa de investimento, a inclusão no modelo da incerteza sobre a despesa de investimento deverá provocar uma

antecipação do momento óptimo para investir, face ao momento óptimo obtido pelo modelo com uma única variável estocástica (procura). O estudo do comportamento da despesa de investimento sujeita a incerteza relativamente ao seu montante, poderá justificar um menor período de espera para implementar o investimento, beneficiando de um montante de despesa esperado mais baixo (McDonald e Siegel, 1986).

3.3.2. Avaliação do Investimento na AVF pela AOR

Considerando a equação (3.91), para um dado valor de q , em $t = 0$, o valor da oportunidade de investimento medido em proporção da despesa de investimento, quando $q < q^*$ e $q \geq q^*$, é dado, respectivamente por:

$$f(q) = \left(\frac{q}{q^*} \right)^{s_1} \left[(A_{tc} + B_{tc}) q^* - l - 1 \right] \quad (3.94)$$

e

$$f(q) = \left[(A_{tc} + B_{tc}) q^{1-s_1} - l q^{-s_1} - q^{-s_1} \right] q^{s_1} \quad (3.95)$$

Substituindo o valor crítico, q^* , dado pela equação (3.92), na segunda parte do membro direito da equação (3.94) e procedendo às respectivas simplificações, podemos reescrever a solução, tal que:

$$f(q) = \begin{cases} \left(\frac{q}{q^*} \right)^{s_1} \left[\frac{(l+1)}{(s_1-1)} \right] & \text{para } q < q^* \\ (A_{tc} + B_{tc}) q - l - 1 & \text{para } q \geq q^* \end{cases} \quad (3.96)$$

com $l = -C_{tc}\gamma^{-1}$ e A_{tc} , B_{tc} , C_{tc} e s_1 , dado por (3.50), (3.51), (3.52) e (3.88), respectivamente.

Num determinado momento do tempo e perante um valor de investimento conhecido γ , o valor do investimento pode ser obtido considerando $v(x, \gamma) = \gamma f(q)$. Assim,

$$v(x, \gamma) = \begin{cases} \left(\frac{q}{q^*} \right)^{s_1} \left[\frac{(l+1)}{(s_1-1)} \right] \gamma & \text{para } q < q^* \\ [(A_{tc} + B_{tc})q - l - 1] \gamma & \text{para } q \geq q^* \end{cases} \quad (3.97)$$

A equação (3.97) incorpora o valor da opção de diferimento, resultante da espera por novas informações sobre a procura e a despesa de investimento, enquanto o valor crítico, q^* , não é atingido. No momento em que o valor crítico, q^* , é atingido, torna-se óptimo implementar de imediato o investimento e receber em troca o VAL, dado por $[(A_{tc} + B_{tc})q - l - 1] \gamma$.

Embora este modelo de solução fechada, ao contrário da solução numérica, tenha sido obtido com a imposição de restrições que limitam a sua abrangência a todas as circunstâncias reais que envolvem o investimento na AVF, a sua importância deve-se à avaliação do impacto da incerteza sobre a despesa de investimento no valor do projecto.

O próximo desenvolvimento contempla a inclusão de uma terceira fonte de incerteza no modelo, relacionada com os benefícios dados por $(\beta_0 - \beta_2 + \alpha_0)$.

3.4. Avaliação de Investimentos pela AOR com Procura, Benefício e Despesa de Investimento Estocásticos

O modelo anterior permite, ainda que de forma ténue, avaliar o impacto da inclusão da incerteza sobre a despesa de investimento na avaliação do projecto, sob o pressuposto de que $\theta = \theta_\beta = \theta_\alpha$, $F_{tc} = 0$ e $C_{tc} = -l\gamma$.

Mantendo estes pressupostos, constata-se que até aqui os benefícios totais $(\beta_0 - \beta_2 + \alpha_0)x^\theta$ gerados pelo projecto apenas eram influenciados pela incerteza na procura. Embora o benefício por utilizador, representado por $(\beta_0 - \beta_2 + \alpha_0)$, resultante da redução do tempo de viagem e poupança do valor da tarifa do serviço convencional, seja influenciado pela elasticidade θ , permanece determinístico.

Neste contexto, torna-se potencialmente interessante considerar a inclusão da incerteza sobre o benefício por utilizador resultante do projecto, $R = (\beta_0 - \beta_2 + \alpha_0)$. De forma implícita, R mede a redução do custo de viagem por passageiro, proporcionado pela utilização da AVF, comparativamente com a ferrovia convencional.

Com a inclusão de uma terceira variável estocástica, o valor do investimento passa a ser expresso em função de $v(x, R, \gamma)$, pelo que se torna necessário encontrar a superfície de valores críticos (x^*, R^*, γ^*) que delimita a região de valores (x, R, γ) em que não é óptimo investir, da região de valores para os quais a implementação é a decisão óptima.

Tal como nos desenvolvimentos com duas variáveis estocásticas, a solução na região de continuação para $v(x, R, \gamma)$ passa pela resolução, através de métodos numéricos, de uma equação diferencial parcial e das respectivas condições de contorno, ainda mais complexa que a equação (3.69).

No entanto, e de forma semelhante aos desenvolvimentos apresentados com duas

variáveis estocásticas, as condições $\theta = \theta_\beta = \theta_\alpha$, $F_{tc} = 0$ e $C_{tc} = -l\gamma$ associadas à conjugação de algumas características e propriedades do problema permitem obter uma solução fechada.

3.4.1. Determinação do Momento Ótimo de Investimento

Considere-se que a procura pelo serviço de AVF e a despesa de investimento seguem processos geométricos *brownianos* descritos, respectivamente, pelas equações (3.1) e (3.64). Por sua vez, o benefício resultante do projecto segue também um processo idêntico, descrito por:

$$dR_t = \mu_R R_t dt + \sigma_R R_t dw_R \quad (3.98)$$

Considerando que o benefício resultante do projecto é representado por:

$$R = \beta_0 - \beta_2 + \alpha_0 \quad (3.99)$$

os benefícios totais podem ser representados pela função $P(x, R)$, com:

$$P(x, R) = Rx^\theta \quad (3.100)$$

Como x e R são estocásticos, o seu produto também será estocástico. Pelo lema de Itô, podemos reduzir estas duas variáveis estocásticas a uma única:

$$dP = \frac{\partial P}{\partial x} dx + \frac{\partial P}{\partial R} dR + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} (dx)^2 + \frac{\partial^2 P}{\partial R^2} (dR)^2 + 2 \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial R} dx dR \right] \quad (3.101)$$

Aplicando as derivadas da função $P(x, R)$, substituindo dx e dR dado por (3.1) e (3.98), respectivamente, na equação (3.101) e após as devidas simplificações, temos:

$$dP = \left[\theta \mu_x + \mu_R + \frac{1}{2} \theta (\theta - 1) \sigma_x^2 + \theta \sigma_x \sigma_R \text{corr}_{x,R} \right] P dt + [\theta \sigma_x dw_x + \sigma_R dw_R] P \quad (3.102)$$

em que $\text{corr}_{x,R} dt = E(dw_x dw_R)$.

A taxa de crescimento e variância de P , μ_P e σ_P^2 , são dadas respectivamente por:

$$\mu_P = \theta \mu_x + \mu_R + \frac{1}{2} \theta (\theta - 1) \sigma_x^2 + \theta \sigma_x \sigma_R \text{corr}_{x,R} \quad (3.103)$$

e

$$\sigma_P^2 = \theta^2 \sigma_x^2 + 2\theta \sigma_x \sigma_R \text{corr}_{x,R} + \sigma_R^2 \quad (3.104)$$

Assim, o valor do projecto de investimento passa a ser expresso em função de duas variáveis $v(P, \gamma)$, cuja resolução analítica é semelhante ao modelo anterior com procura e despesa de investimento estocásticas.

Também aqui, a partir da decisão de implementação óptima do investimento, a incerteza na evolução do valor da despesa de investimento se torna irrelevante. O valor actualizado dos benefícios totais líquidos gerados pelo investimento, $Z(P)$, na região de paragem ($P \geq P^*$), vem:

$$Z(P) = P A_{ict} + C_{ic}, \text{ para } P \geq P^* \quad (3.105)$$

com C_{ic} dado por (3.52) e

$$A_{ict} = \frac{e^{(\mu_P - \rho)n}}{\rho - \mu_P} \quad (3.106)$$

Enquanto o momento óptimo para implementar o investimento não é atingido, $P < P^*$, a incerteza sobre a evolução do valor da despesa de investimento permanece

relevante, pelo que o valor do investimento se torna dependente de duas variáveis estocásticas, P e γ .

Considerando que $corr_{P,\gamma}dt = E(dw_P dw_\gamma)$, a função de valor do investimento $v(P, \gamma)$ satisfaz uma equação diferencial parcial semelhante à equação (3.69), tal que:

$$\frac{1}{2} \left[\sigma_P^2 P^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \sigma_\gamma^2 \gamma^2 \frac{\partial^2 v}{\partial \gamma^2} + 2corr_{P,\gamma} \sigma_P \sigma_\gamma P \gamma \frac{\partial^2 v}{\partial P \partial \gamma} \right] + \mu_P P \frac{\partial v}{\partial P} + \mu_\gamma \gamma \frac{\partial v}{\partial \gamma} - \rho v = 0 \quad (3.107)$$

com as seguintes condições de contorno:

1. Inicial:

$$v(0, \gamma) = 0 \quad (3.108)$$

2. *Value matching condition*:

$$v(P, \gamma) = Z(P) - \gamma = A_{ict} P - l\gamma - \gamma, \text{ com } P = P^* \text{ e } \gamma = \gamma^* \quad (3.109)$$

3. *Smooth-pasting conditions*:

$$v_P(P, \gamma) = Z'(P) = A_{ict}, \text{ com } P = P^* \text{ e } \gamma = \gamma^* \quad (3.110)$$

e

$$v_\gamma(P, \gamma) = v'(P, \gamma) = -l - 1, \text{ com } P = P^* \text{ e } \gamma = \gamma^* \quad (3.111)$$

Tal como na secção 3.3, a solução da equação (3.107) apenas pode ser determinada através de métodos numéricos. No entanto, a existência de homogeneidade natural do problema permite uma vez mais a sua redução a uma única dimensão.

Sob a existência de homogeneidade podemos reescrever a função de valor do

investimento como:

$$v(P, \gamma) = \gamma f\left(\frac{P}{\gamma}, 1\right) = \gamma f\left(\frac{P}{\gamma}\right) \quad (3.112)$$

em que f é novamente uma função a ser determinada.

Com,

$$g = \frac{P}{\gamma} \quad (3.113)$$

a decisão óptima apenas depende do valor crítico, g^* , que representa o rácio óptimo entre benefícios totais e despesa de investimento.

A nova função desconhecida f poderá ser determinada a partir de sucessivas diferenciações de $v(P, \gamma)$ dada pela equação (3.112). Considere-se uma vez mais f' e f'' a primeira e segunda derivadas, respectivamente, da função f . As sucessivas derivadas de $v(P, \gamma)$ vêm:

1. Primeira derivada de $v(P, \gamma)$ em ordem a P :

$$\frac{\partial v}{\partial P} = f'(g) \quad (3.114)$$

2. Primeira derivada de $v(P, \gamma)$ em ordem a γ :

$$\frac{\partial v}{\partial \gamma} = f(g) - \frac{P}{\gamma} f'(g) \quad (3.115)$$

3. Segunda derivada de $v(P, \gamma)$ em ordem a P :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial P^2} = f''(g) - \frac{1}{\gamma} \quad (3.116)$$

4. Segunda derivada de $v(P, \gamma)$ em ordem a γ :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \gamma^2} = \frac{P^2}{\gamma^3} f''(g) \quad (3.117)$$

e

5. Segunda derivada cruzada de $v(P, \gamma)$ em ordem a P e γ :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial P \partial \gamma} = -f''(g) \frac{P}{\gamma^2} \quad (3.118)$$

Substituindo as equações (3.114) à (3.118) na equação diferencial parcial (3.107), dividindo tudo por γ e procedendo às devidas simplificações, obtemos a equação diferencial ordinária que se segue:

$$\frac{1}{2} [\sigma_P^2 + \sigma_\gamma^2 - 2\sigma_P \sigma_\gamma \text{corr}_{P,\gamma}] g^2 f''(g) + [\mu_P - \mu_\gamma] g f'(g) - (\rho - \mu_\gamma) f(g) = 0 \quad (3.119)$$

e cuja resolução necessita das seguintes condições de contorno:

1. Inicial:

$$f(0) = 0 \quad (3.120)$$

2. *Value matching condition*:

$$f(g) = gA_{\text{ret}} - l - 1, \text{ com } g = g^* \quad (3.121)$$

e

3. *Smooth-pasting condition:*

$$f'(g) = A_{ict}, \text{ com } g = g^* \quad (3.122)$$

De forma semelhante aos desenvolvimentos anteriores, a equação (3.119) possui uma solução geral dada por:

$$f(g) = y_1 g^{u_1} + y_2 g^{u_2} \quad (3.123)$$

As duas raízes (u_1 e u_2) da seguinte equação quadrática:

$$\frac{1}{2}[\sigma_p^2 + \sigma_\gamma^2 - 2\sigma_p\sigma_\gamma\text{corr}_{p,\gamma}]u(u-1) + [\mu_p - \mu_\gamma]u - (\rho - \mu_\gamma) = 0 \quad (3.124)$$

são obtidas por,

$$u_1 = \frac{\left(\frac{1}{2}\sigma_g^2 - \mu_g\right) + \sqrt{\left(\mu_g - \frac{1}{2}\sigma_g^2\right)^2 + 2\sigma_g^2(\rho - \mu_\gamma)}}{\sigma_g^2} \quad (3.125)$$

e

$$u_2 = \frac{\left(\frac{1}{2}\sigma_g^2 - \mu_g\right) - \sqrt{\left(\mu_g - \frac{1}{2}\sigma_g^2\right)^2 + 2\sigma_g^2(\rho - \mu_\gamma)}}{\sigma_g^2} \quad (3.126)$$

com $\sigma_g^2 = \sigma_p^2 - 2\sigma_p\sigma_\gamma\text{corr}_{p,\gamma} + \sigma_\gamma^2$ e $\mu_g = \mu_p - \mu_\gamma$.

Com base na condição de contorno inicial (3.120) verifica-se que quando $g \rightarrow 0$, $f(g)$ deverá tender também para zero, pelo que obriga a que $y_2 = 0$. A solução geral dada pela equação (3.123) vem agora, do tipo:

$$f(g) = y_1 g^{u_1} \quad (3.127)$$

A conjugação da equação (3.127) com a *value matching condition*, $f(g^*) = g^* A_{ict} - l - 1$, determina o coeficiente $y_1 = g^{*1-u_1} A_{ict} - l g^{*-u_1} - g^{*-u_1}$, pelo que se conclui que a solução da equação (3.119) é dada por:

$$f(g) = \left[g^{*1-u_1} A_{ict} - l g^{*-u_1} - g^{*-u_1} \right] g^{u_1} \quad (3.128)$$

A maximização da função $f(g)$ ocorre quando g^* é dado por:

$$g^* = \left[\frac{(l+1)}{A_{ict}} \right] \left[\frac{u_1}{u_1 - 1} \right] \quad (3.129)$$

O valor crítico, g^* , dado pelo modelo, representa o rácio óptimo entre os benefícios totais, P , e despesa de investimento, γ , que quando atingido, justifica a decisão de implementação imediata do investimento. Tal como nos modelos anteriores, esta solução também mantém o equilíbrio da função de utilidade entre os utilizadores do serviço de AVF e do serviço ferroviário convencional.

A partir da solução analítica de g^* é possível encontrar o valor crítico da procura, x^* , num determinado momento do tempo. Para tal, basta que nesse momento do tempo a despesa de investimento, γ , e o benefício por utilizador resultante do projecto, R , sejam ambos conhecidos. Neste caso, o valor crítico da procura pode ser obtido através da substituição de $g = \frac{P}{\gamma}$ na equação (3.129), de modo que:

$$\frac{P}{\gamma} = \left[\frac{(l+1)}{A_{ict}} \right] \left[\frac{u_1}{u_1 - 1} \right] \quad (3.130)$$

Considerando $P = R x^\theta$ e $R = (\beta_0 - \beta_2 + \alpha_0)$, conhecidos num determinado

momento, podemos reescrever a equação anterior em função da única variável desconhecida até então, de modo que:

$$x^* = \left[\left[\frac{(l+1)}{A_{ict}} \right] \left[\frac{u_1}{u_1 - 1} \right] R^{-1} \gamma \right]^{\frac{1}{\theta}} \quad (3.131)$$

Tal como no modelo com procura e despesa de investimento estocásticos, esta solução mantém a consistência com a solução obtida pela equação (3.56) quando os custos fixos de exploração são considerados como uma proporção da despesa de investimento, $C_{ic} = -l\gamma$. A diferença entre as duas soluções – equações (3.56) e (3.131) – reflecte a adição dos efeitos da incerteza sobre a despesa de investimento, γ , e sobre os benefícios por utilizador resultantes do projecto, R .

A inclusão da incerteza sobre os benefícios por utilizador, R , no modelo, leva a que se espere um maior período de tempo até que seja óptimo implementar o investimento, comparativamente com a solução dada pelo modelo em que apenas a procura pela AVF era considerada como variável estocástica. Trata-se de um efeito esperado oposto àquele obtido com a inclusão da incerteza sobre a despesa de investimento, γ , quando se espera uma apreciação no seu valor com o decorrer do tempo. O efeito da incerteza sobre os benefícios por utilizador, R , torna o projecto ainda mais arriscado, pelo que deverá exigir uma maior prudência relativamente à implementação do investimento (Dixit e Pindyck, 1994).

Perante influências de sinal contrário, o efeito líquido, caso se inclua a incerteza sobre a despesa de investimento, γ , com taxa de crescimento esperado positiva, e os benefícios por utilizador, R , dependerá da magnitude do impacto de cada uma das fontes de incerteza.

3.4.2. Avaliação do Investimento na AVF pela AOR

Com base nos desenvolvimentos anteriores, o valor da oportunidade de investimento em proporção da despesa de investimento é obtido a partir da equação (3.128), conhecido o valor de g , em $t = 0$.

Analiticamente, temos:

$$f(g) = \left(\frac{g}{g^*} \right)^{u_1} [A_{ict} g^* - l - 1], \text{ para } g < g^* \quad (3.132)$$

e

$$f(g) = [A_{ict} g^{1-u_1} - l g^{-u_1} - g^{-u_1}] g^{u_1}, \text{ para } g \geq g^* \quad (3.133)$$

A solução é obtida com a substituição do valor crítico de, g^* , dado pela equação (3.129), na segunda parte do membro direito da equação (3.132) e após as devidas simplificações, tal que:

$$f(g) = \begin{cases} \left(\frac{g}{g^*} \right)^{u_1} \left[\frac{(l+1)}{(u_1-1)} \right] & \text{para } g < g^* \\ A_{ict} g - l - 1 & \text{para } g \geq g^* \end{cases} \quad (3.134)$$

com $l = -C_{ic} \gamma^{-1}$ e C_{ic} , u_1 e A_{ict} dado por (3.52), (3.125) e (3.106), respectivamente.

Recorrendo à relação inicialmente estabelecida, na qual $v(P, \gamma) = \gamma f(g)$, o valor do investimento pode ser obtido desde que num determinado momento do tempo o valor da despesa de investimento γ e os benefícios por utilizador resultantes do projecto, R , sejam conhecidos. Assim, temos:

$$v(P, \gamma) = \begin{cases} \left(\frac{g}{g^*} \right)^{u_1} \left[\frac{(l+1)}{(u_1-1)} \right] \gamma & \text{para } g < g^* \\ (A_{ict} g - l - 1) \gamma & \text{para } g \geq g^* \end{cases} \quad (3.135)$$

Na região de continuação (enquanto g^* não é atingido) a equação (3.135) incorpora o valor da opção de diferimento, que quantifica o valor resultante da espera por nova informação sobre a procura, benefício de efectuar a viagem e sobre a despesa de investimento. Quando o valor crítico, g^* , é atingido, o projecto com VAL igual a $(A_{ict} g - l - 1) \gamma$ deve ser implementado de imediato.

Tal como enquadramento do problema com procura e despesa de investimento estocásticas, este modelo foi desenvolvido através da imposição de restrições que de certa forma o limitam relativamente a circunstâncias reais que podem envolver o investimento na AVF. No entanto, mostra-se útil na avaliação do impacto simultâneo da incerteza sobre a despesa de investimento e sobre os benefícios por utilizador no valor do projecto, para além do associado ao número de passageiros aderentes ao novo serviço de transporte.

O efeito da inclusão no modelo da incerteza sobre a despesa de investimento e benefícios por utilizador resultantes do projecto, comparativamente ao modelo com a procura como única fonte de incerteza, deverá depender da magnitude dos respectivos efeitos individuais. Se ao longo do tempo o montante da despesa de investimento registar uma taxa de crescimento positiva num ambiente de incerteza, a opção de diferimento perderá valor, *ceteris paribus*. De forma análoga, a inclusão da incerteza sobre os benefícios por utilizador resultantes do projecto deverá provocar um aumento no valor da opção de diferimento, fruto da maior exposição do projecto à incerteza.

Além do efeito de múltiplas fontes de incerteza na avaliação do projecto, o efeito da ocorrência de choques aleatórios no nível da procura deverá influenciar a decisão de investimento. Os próximos desenvolvimentos permitem que a procura registre subidas inesperadas no seu nível provocadas por choques positivos. O modelo sujeito apenas à incerteza sobre a procura considera que esta descreve um movimento geométrico *browniano* em simultâneo com um processo de *poisson*.

3.5. Avaliação de Investimentos pela AOR com Procura Estocástica Sujeita a Choques Positivos

O número de utilizadores interessados numa determinada ligação em AVF poderá registar alterações súbitas decorrentes de mudanças conjunturais inesperadas. Estas alterações, oriundas de eventos aleatórios inesperados, provocam alterações no nível da procura.

Por exemplo, num percurso de AVF no qual exista um corredor aéreo operado regularmente, poderão ocorrer eventos que provoquem mudanças no nível da procura por ambos os meios de transporte. No negócio da AVF, estes choques, tendencialmente positivos, na procura pelo novo serviço ferroviário, poderão decorrer, por exemplo, do aumento da insegurança e medo de viajar pelo ar ou de uma eventual supremacia da ligação em AVF sobre a ligação aérea, motivada pela perda de competitividade do transporte aéreo numa determinada ligação. Num destes cenários, facilmente a procura pelo serviço de AVF poderá registar um acréscimo súbito.

A modelação desta realidade apenas terá em conta a principal fonte de incerteza inerente ao investimento na AVF. Pretende-se evitar que a complexidade matemática decorrente da inclusão das restantes fontes de incerteza dificulte a análise do impacto

das alterações introduzidas no modelo de avaliação.

3.5.1. Determinação do Momento Ótimo de Investimento

Considere-se que a procura pelo serviço de AVF, x_t , segue um movimento geométrico *browniano* acoplado com um processo de *Poisson*, tal que:

$$dx_t = \mu_x x_t dt + \sigma_x x_t dw_x + x_t dq \quad (3.136)$$

com,

$$dq = (1 + u), \text{ com probabilidade } \lambda_u dt \quad (3.137)$$

A função objectivo do problema vem:

$$\sup_{x^*} E_x \left(\int_{\tau}^{\infty} e^{-\rho t} \left[(\beta_0 - \beta_2) x_{t+n}^{\theta_{\beta}} e^{-\rho n} + \alpha_0 x_{t+n}^{\theta_{\alpha}} e^{-\rho n} - \omega x_{t+n} e^{-\rho n} - \varphi e^{-\rho n} - \rho \gamma \right] dt \right) \quad (3.138)$$

Esta função objectivo maximiza os ganhos líquidos na função utilidade, provenientes da opção de reduzir o custo da viagem de ligação entre dois pontos, considerando que a partir da decisão de implementação são necessários n períodos de construção, até que o investimento possa iniciar a respectiva fase de exploração.

Aplicando propriedade fortemente Markoviana e o teorema da convergência simplificada (Oksendal, 2003), temos:

$$v(x^*) = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left[(\beta_0 - \beta_2) E_{x^*} \left(x_{t+n}^{\theta_{\beta}} \right) e^{-\rho n} + \alpha_0 E_{x^*} \left(x_{t+n}^{\theta_{\alpha}} \right) e^{-\rho n} - \omega E_{x^*} \left(x_{t+n} \right) e^{-\rho n} - \varphi e^{-\rho n} - \rho \gamma \right] dt \quad (3.139)$$

Sabendo que x_t segue um movimento geométrico *browniano* com um processo de *Poisson* descrito pela equação (3.136), então:

$$E_{x^*}(x_{t+n}^\theta) = (x^*)^\theta e^{\left(\theta\mu_x + \frac{1}{2}\theta(\theta-1)\sigma_x^2 + \lambda_u(1-u)^\theta - \lambda_u\right)(t+n)} \quad (3.140)$$

Continuando a simplificar e garantindo a existência algures no tempo de um momento óptimo para investir com $\rho - \theta\mu_x - \frac{1}{2}\theta(\theta-1)\sigma_x^2 - \lambda_u(1-u)^\theta + \lambda_u > 0$, temos:

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty e^{-\rho t} \left[(\beta_0 - \beta_2) E_x(x_{t+n}^{\theta_\beta}) e^{-\rho n} + \alpha_0 E_{x_t}(x_{t+n}^{\theta_\alpha}) e^{-\rho n} - \omega E_{x_t}(x_{t+n}) e^{-\rho n} - \varphi e^{-\rho n} - \rho \gamma \right] dt = \\ &= \frac{2(\beta_0 - \beta_2)(x^*)^{\theta_\beta} e^{\left(\theta_\beta\mu_x + \frac{1}{2}\theta_\beta(\theta_\beta-1)\sigma_x^2 + \lambda_u(1-u)^{\theta_\beta} - \lambda_u\right)n} e^{-\rho n}}{2\rho - 2\theta_\beta\mu_x - \theta_\beta(\theta_\beta-1)\sigma_x^2 - 2\lambda_u(1-u)^{\theta_\beta} + 2\lambda_u} + \\ &+ \frac{2\alpha_0(x^*)^{\theta_\alpha} e^{\left(\theta_\alpha\mu_x + \frac{1}{2}\theta_\alpha(\theta_\alpha-1)\sigma_x^2 + \lambda_u(1-u)^{\theta_\alpha} - \lambda_u\right)n} e^{-\rho n}}{2\rho - 2\theta_\alpha\mu_x - \theta_\alpha(\theta_\alpha-1)\sigma_x^2 - 2\lambda_u(1-u)^{\theta_\alpha} + 2\lambda_u} - \frac{\omega(x^*)e^{(\mu_x + \lambda_u u - \rho)n}}{\rho - \mu_x - \lambda_u u} - \frac{\varphi e^{-\rho n}}{\rho} - \gamma \end{aligned} \quad (3.141)$$

Reescrevendo a equação (3.139), com as devidas simplificações, obtém-se:

$$\begin{aligned} v(x^*) &= \frac{2(\beta_0 - \beta_2)(x^*)^{\theta_\beta} e^{\left(\theta_\beta\mu_x + \frac{1}{2}\theta_\beta(\theta_\beta-1)\sigma_x^2 + \lambda_u(1-u)^{\theta_\beta} - \lambda_u - \rho\right)n}}{2\rho - 2\theta_\beta\mu_x - \theta_\beta(\theta_\beta-1)\sigma_x^2 - 2\lambda_u(1-u)^{\theta_\beta} + 2\lambda_u} + \\ &+ \frac{2\alpha_0(x^*)^{\theta_\alpha} e^{\left(\theta_\alpha\mu_x + \frac{1}{2}\theta_\alpha(\theta_\alpha-1)\sigma_x^2 + \lambda_u(1-u)^{\theta_\alpha} - \lambda_u - \rho\right)n}}{2\rho - 2\theta_\alpha\mu_x - \theta_\alpha(\theta_\alpha-1)\sigma_x^2 - 2\lambda_u(1-u)^{\theta_\alpha} + 2\lambda_u} - \frac{\omega(x^*)e^{(\mu_x + \lambda_u u - \rho)n}}{\rho - \mu_x - \lambda_u u} - \frac{\varphi e^{-\rho n}}{\rho} - \gamma \end{aligned} \quad (3.142)$$

em que:

$$A_{tcp} = \frac{2(\beta_0 - \beta_2)e^{\left(\theta_\beta \mu_x + \frac{1}{2}\theta_\beta(\theta_\beta - 1)\sigma_x^2 + \lambda_u(1-u)^{\theta_\beta} - \lambda_u - \rho\right)n}}{2\rho - 2\theta_\beta \mu_x - \theta_\beta(\theta_\beta - 1)\sigma_x^2 - 2\lambda_u(1-u)^{\theta_\beta} + 2\lambda_u} \quad (3.143)$$

$$B_{tcp} = \frac{2\alpha_0 e^{\left(\theta_\alpha \mu_x + \frac{1}{2}\theta_\alpha(\theta_\alpha - 1)\sigma_x^2 + \lambda_u(1-u)^{\theta_\alpha} - \lambda_u - \rho\right)n}}{2\rho - 2\theta_\alpha \mu_x - \theta_\alpha(\theta_\alpha - 1)\sigma_x^2 - 2\lambda_u(1-u)^{\theta_\alpha} + 2\lambda_u} \quad (3.144)$$

$$C_{tcp} = -\frac{\varphi e^{-\rho n}}{\rho} \quad (3.145)$$

$$F_{tcp} = -\frac{\omega e^{(\mu_x + \lambda_u u - \rho)n}}{\rho - \mu_x - \lambda_u u} \quad (3.146)$$

e D igual a (3.24). O subscripto tcp , agora aplicado em A , B , C e F , evidência o efeito do tempo de construção e a inclusão do processo de *Poisson* no movimento geométrico *browniano* assumido para a procura, comparativamente com a notação utilizada na secção anterior.

Dado um determinado nível actual de procura, o valor do projecto, v , é dado pelo supremo da função (3.138) determinado pela maximização da seguinte função:

$$v(x^*) = A_{tcp}(x^*)^{\theta_\beta} + B_{tcp}(x^*)^{\theta_\alpha} + F_{tcp}(x^*) + C_{tcp} + D \quad (3.147)$$

que satisfaz a seguinte equação diferencial:

$$\frac{1}{2}\sigma_x^2 x^2 v''(x) + \mu_x x v'(x) - (\rho + \lambda_u)v(x) + \lambda_u v((1+u)x) = 0, \text{ para } x \neq x^* \quad (3.148)$$

A equação (3.148) satisfaz as seguintes condições:

1. Inicial:

$$v(0) = 0 \quad (3.149)$$

2. *Value matching condition:*

$$v(x) = A_{tcp} x^{\theta_\beta} + B_{tcp} x^{\theta_\alpha} + F_{tcp} x + C_{tcp} + D, \text{ com } x = x^* \quad (3.150)$$

e,

3. *Smooth-pasting condition:*

$$v'(x) = \theta_\beta A_{tcp} x^{\theta_\beta-1} + \theta_\alpha B_{tcp} x^{\theta_\alpha-1} + F_{tcp}, \text{ com } x = x^* \quad (3.151)$$

Sendo a equação (3.148) uma equação diferencial homogênea de segunda ordem de *Cauchy-Euler*, a solução pode ser escrita como:

$$v(x) = a_1 x_0^{h_1} \quad (3.152)$$

onde h_1 é a raiz positiva da seguinte equação não linear:

$$\frac{1}{2} \sigma_x^2 h(h-1) + \mu_x h - (\rho + \lambda_u) + \lambda_u (1+u)^h = 0 \quad (3.153)$$

A raiz h , apenas pode ser encontrada resolvendo numericamente a equação (3.153).

Utilizando a condição $v(x^*) = A x_{tcp}^{*\theta_\beta} + B x_{tcp}^{*\theta_\alpha} + F x_{tcp}^* + C_{tcp} + D$, resultado da substituição de x por x^* na equação (3.150), encontramos o coeficiente $a_1 = A_{tcp} x^{*\theta_\beta-h_1} + B_{tcp} x^{*\theta_\alpha-h_1} + F_{tcp} x^{*1-h_1} + C_{tcp} x^{*-h_1} + D x^{*-h_1}$, pelo que se conclui que a solução da equação (3.148) é dada por:

$$v(x) = e^{-\rho t} \left[A_{tcp} x^{*\theta_\beta-h_1} + B_{tcp} x^{*\theta_\alpha-h_1} + F_{tcp} x^{*1-h_1} + C_{tcp} x^{*-h_1} + D x^{*-h_1} \right] x^{h_1} \quad (3.154)$$

Para um dado valor de x em $t = 0$, o valor de x^* que maximiza $v(x)$ é dado pela solução numérica da seguinte equação:

$$A_{tcp} x^{*\theta_\beta - h_1} (\theta_\beta - h_1) + B_{tcp} x^{*\theta_\alpha - h_1} (\theta_\alpha - h_1) + F_{tcp} x^{*1 - h_1} (1 - h_1) - C_{tcp} x^{*-h_1} h_1 - D x^{*-h_1} h_1 = 0 \quad (3.155)$$

com h_1 dado pela resolução numérica da equação (3.153).

Quando $\theta_\beta = \theta_\omega = \theta$ e $F_{tcp} = 0$, x^* é dado pela seguinte solução fechada, semelhante à equação (3.38):

$$x^* = \exp \left[\frac{\ln \left(\frac{-h_1 (C_{tcp} + D)}{(A_{tcp} + B_{tcp})(h_1 - \theta)} \right)}{\theta} \right] \quad (3.156)$$

O valor crítico, x^* , representa o nível óptimo da procura a partir do qual o investimento deve ser implementado, perante a possibilidade do nível da procura ser influenciada por eventos positivos inesperados e considerando que o investimento só produzirá resultados dentro de n períodos.

A próxima secção apresenta os desenvolvimentos analíticos que permitem obter o valor do investimento na AVF e o valor da opção de diferimento.

3.5.2. Avaliação do Investimento na AVF pela AOR

Considerando a solução da função de valor do investimento dada pela equação (3.154), para um dado valor de x , em $t = 0$, o valor da oportunidade de investimento, quando $x < x^*$, é dado por:

$$v(x) = \left(\frac{x}{x^*} \right)^{h_1} \left[A_{tcp} x^{*\theta_\beta} + B_{tcp} x^{*\theta_\alpha} F_{tcp} x^* + C_{tcp} + D \right] \quad (3.157)$$

enquanto que, para $x \geq x^*$, o valor do investimento é dado por:

$$v(x) = \left[A_{tcp} x^{\theta_\beta - h_1} + B_{tcp} x^{\theta_\alpha - h_1} + F_{tcp} x^{1-h_1} + C_{tcp} x^{-h_1} + D x^{-h_1} \right] x^{h_1} \quad (3.158)$$

Uma vez mais, considerando $\theta = \theta_\beta = \theta_\alpha$ e $F_{tc} = 0$, podemos substituir o valor crítico, x^* , dado pela equação (3.156), no segundo elemento do segundo membro da equação (3.157) e, com as devidas simplificações, podemos reescrever a solução da função do valor do projecto:

$$v(x) = \begin{cases} \left(\frac{x}{x^*} \right)^{h_1} \left[\frac{\theta(C_{tcp} + D)}{\theta - h_1} \right] & \text{para } x < x^* \\ (A_{tcp} + B_{tcp}) x^\theta + C_{tcp} + D & \text{para } x \geq x^* \end{cases} \quad (3.159)$$

com A_{tcp} , B_{tcp} , C_{tcp} , D e h_1 dado por (3.143), (3.144), (3.145), (3.24) e (3.153), respectivamente.

Perante um nível de procura estocástica sujeita a choques inesperados, enquanto o nível crítico da procura não é atingido, o valor da oportunidade de investimento é dado pela parte superior equação (3.159). A partir de níveis de procura superiores a x^* , o valor do projecto é dado pelo seu VAL quantificado pela parte inferior da equação (3.159).

O próximo capítulo apresenta o resultado da análise numérica aos modelos de avaliação da AVF desenvolvidos para o caso do projecto de AVF em Portugal.

CAPÍTULO IV - Exemplo Numérico

4. Exemplo Numérico

4.1. Caracterização do Sector Ferroviário Português

O sector ferroviário nacional não acompanhou as necessidades dos utentes e a evolução dos meios de transporte alternativos¹². Apesar dos avultados investimentos nos últimos anos na sua modernização, a quota de mercado do sistema ferroviário existente apresenta uma tendência decrescente ao longo dos últimos anos. Esta situação deve-se, por um lado, ao seu desajustamento face à redistribuição populacional e, por outro, ao seu quase isolamento da rede europeia de transportes ferroviários.

Este isolamento que também assola a Espanha, acentua-se ainda mais pelo facto de a Península Ibérica possuir linhas-férreas convencionais de bitola diferente do sistema das restantes linhas europeias, criando estrangulamentos na circulação férrea entre Portugal, Espanha e os restantes países europeus.

Tal como aconteceu em outros países europeus, a exemplo da França, Reino Unido, Bélgica, Itália, Espanha entre muitos outros, o aumento na valorização do tempo e o aumento da mobilidade da população, despoletou a necessidade de valorizar o transporte ferroviário, com a introdução de melhorias a nível da velocidade de operação (Wardman, 1994).

A solução desenvolvida originalmente em França e adoptada por outros países europeus, foi a construção de uma nova rede ferroviária de alta velocidade, que denominaram de LGV – *Ligne à Grand Vitesse*. A nova linha é utilizada pelo TGV – *Train à Grand Vitesse*. O TGV é o comboio de alta velocidade com maior sucesso na Europa e desde 1990 que é considerado o mais rápido da Europa, após atingir os 515,3

¹² Ministério das Obras Públicas, Transportes e Comunicações, 2005.

Km/h num teste sem passageiros. A velocidade máxima para operação comercial ronda os 350 Km/h. Em França, desde a inauguração da primeira ligação TGV entre Paris-Lyon-Perrache, em 1981, existem mais de 1.200 km de linha construída ao longo dos últimos 20 anos. Na Europa o TGV liga mais de 200 destinos diferentes.

Em Portugal, a opção por uma nova linha de alta velocidade nasceu a partir de 2001 com a constituição da RAVE – Rede Ferroviária de Alta Velocidade, S.A., detida em 60% pelo Estado Português e em 40% pela REFER – Rede Ferroviária Nacional, EP. Desde então, tem sido levado a cabo um conjunto de estudos (arquitectura, engenharia, técnicos, ambientais, de mercado e de viabilidade económico-financeira) com vista a analisar as principais soluções de implementação física.

As principais razões para a nova rede ferroviária de alta velocidade em Portugal, assentam no aumento da mobilidade e competitividade no espaço ibérico e europeu e no reequilíbrio sustentável de modos de transporte mais eficientes em termos energéticos e menos poluentes. De acordo com o Ministério das Obras Públicas, Transportes e Comunicações (MOPTC) é também necessário descongestionar os acessos rodoviários aos grandes centros urbanos e ao longo de extensões significativas dos principais eixos rodoviários. Espera-se que a quota de mercado do transporte ferroviário passe dos cerca de 4% actuais para 26% em 2025.

A linha de alta velocidade apresenta-se como o complemento à rede ferroviária existente, possibilitando a integração na rede ferroviária internacional, conforme orientação da União Europeia expressa na rede transeuropeia de transportes. Constituirá uma forma de valorizar a procura existente, ao mesmo tempo que contribuirá para o reordenamento do território e o combate à desertificação do interior e às assimetrias regionais.

Segundo o MOPTC o objectivo da rede de alta velocidade em Portugal é cobrir 56% dos concelhos, servir 81% da população e atravessar zonas responsáveis por 87% do Produto Interno Bruto (PIB). Em termos económicos, prevê-se que durante a sua construção induza crescimentos na ordem dos 1,7% e 1,9% no PIB e no emprego, respectivamente. Durante a operação do projecto o impacto no PIB está estimado em 1,025%.

4.2. Projecto de AVF em Portugal

O investimento ferroviário de alta velocidade em Portugal tem sido um assunto amplamente debatido de forma transversal o todos níveis na sociedade. A causa para tão ampla discussão e falta de consenso prende-se com a situação actual da conjuntura económica do país e da União Europeia.

Os acordos entre Portugal e Espanha e os estudos realizados entre 2001 e 2005, indicam a existência de 5 ligações potenciais em AVF, numa extensão aproximada de 1.000 km de linha, que representam um investimento global estimado de 15,7 mil milhões de euros a preços de 2005. Por ordem de interesse à data demonstrado, temos:

1. Ligação entre as duas principais cidades Portuguesas, Lisboa-Porto, com uma extensão de 306 Km e com paragens intermédias na Ota, Leiria, Coimbra e Aveiro. Velocidade de operação prevista de 300 Km/h;
2. Ligação entre a capital Portuguesa e a Espanhola, Lisboa-Madrid, com uma extensão em território nacional de 230 Km e total de 703 Km. Terá uma paragem intermédia em Évora e outra na fronteira em Elvas/Badajoz. Prevê-se que a linha seja mista. Velocidade de operação prevista de 300 Km/h para passageiros e 200 Km/h para mercadorias;

3. Ligação entre Porto e Vigo, com uma extensão em território nacional de aproximadamente 124 Km e total de 144 Km. Velocidade de operação prevista de 250 Km/h;
4. Ligação entre Aveiro e Salamanca, com uma extensão em território nacional de aproximadamente 229 Km e total de 541 Km. Prevê uma paragem em Viseu. A linha será mista. Velocidade de operação prevista de 250 Km/h para passageiros e 200 Km/h para mercadorias; e
5. Ligação entre Évora-Faro-Huelva com uma extensão aproximada em território nacional de 265 Km e total de 325 Km. Velocidade de Operação prevista de 300 Km/h.

A Figura 4 apresenta as 5 ligações previstas para o território nacional e as respectivas ligações à rede de AVF espanhola.

Figura 4. Representação das ligações em alta velocidade entre Portugal e Espanha.



Fonte: Ministério das Obras Públicas, Transportes e Comunicações, 2005.

Na decisão de implementação de um investimento desta envergadura, é imperioso procurar políticas óptimas de implementação dos investimentos, modos de operação e sustentabilidade financeira, que possibilitem a geração de valor acrescentado ao país.

Considerando as limitações financeiras existentes e o cumprimento do pacto de estabilidade e crescimento da União Europeia, os estudos encontram-se mais avançados relativamente às ligações Lisboa-Porto e Lisboa-Madrid. Espera-se que estas duas ligações sejam as primeiras a ser implementadas num futuro próximo. De acordo com a XX Cimeira Luso-Espanhola, ocorrida na cidade Portuguesa de Évora em 2005, ficou assente que as restantes 3 ligações deverão esperar por uma situação económica mais favorável do país.

Os valores de investimento estimados para as 5 ligações previstas estão apresentados na tabela seguinte.

Tabela 1. Resumo dos montantes de investimento nas 5 ligações

(x10 ⁹ €)	
Ligações	Montante de Investimento
Lisboa - Porto	5,5
Lisboa - Madrid	3,6
Porto - Vigo	2,2
Aveiro - Salamanca	1,4
Évora - Faro - Huelva	3,0
TOTAL	15,7

Nota: Valores com base nos estudos prévios respectivos

Fonte: Ministério das Obras Publicas, Transportes e Comunicações, 2005.

Do total de investimento previsto, 62% será com a subestrutura, 25% com a superestrutura, 9% respeita a material circulante e os restantes 4% irão para as estações. A subestrutura inclui as expropriações de terrenos e infra-estruturas de apoio onde se destacam as terraplanagens, dragagens, obras de arte, obras acessórias e complementares e de protecção ambiental. A superestrutura inclui os sistemas ferroviários, nomeadamente a via-férrea, instalações para tracção eléctrica, sinalização,

telecomunicações, oficinas e outras instalações de apoio. O material circulante inclui as composições e carruagens.

A Tabela 2 apresenta a redução da duração das viagens, com base nas ligações em AVF para os diferentes pares de origem/destino, face ao serviço convencional.

Tabela 2. Relação entre o tempo dispendido com uma ligação ferroviária convencional e de alta velocidade.

Cidades	Lisboa	Aveiro	Porto	Faro	Madrid	Vigo
Lisboa		0h50	1h09	1h20	2h50	1h47
Aveiro	2h17		0h14	1h48	2h42	0h52
Porto	2h56	0h40		2h02	2h56	0h38
Faro	4h14	7h15	7h55		3h08	3h07
Madrid	10h30	7h43	8h23	9h54		N/A
Vigo	6h08	3h52	3h12	10h22	N/A	

Nota: Duração em ferrovia convencional a sombreado (zona inferior da tabela)

Fonte: Ministério das Obras Publicas, Transportes e Comunicações, 2005.

Uma das componentes mais marcantes da AVF prende-se com a redução do tempo de viagem na ordem dos 60 a 80%, comparativamente com a ligação ferroviária convencional. Tal como sugerem Hess *et al.* (2005) o valor do tempo de viagem poupado constitui um importante indicador da pré disposição para se pagar por um modo de transporte mais rápido, pelo que deve ser considerado na avaliação de projectos de investimento em transportes.

Os riscos inerentes ao projecto podem ser agrupados em três grandes categorias: comerciais, políticos e macroeconómicos. Considerando os dois últimos exógenos, sobram os riscos de negócio que afectam a viabilidade económica e financeira do projecto. Nestes estão incluídos os níveis de procura pelo serviço de AVF e os reais benefícios oferecidos pelo investimento que possam ser valorizados pelos clientes. Também se incluem outros, como por exemplo, o cumprimento dos prazos de construção e a disponibilidade e adequação da oferta aos padrões da procura.

4.3. O Valor do Tempo de Viagem

O tempo é um recurso escasso e limitado, pelo que deve ser valorizado. A avaliação do tempo de viagem assume uma componente significativa na investigação sobre transportes, desde o trabalho que se julga pioneiro sobre a teoria da afectação do tempo de Becker (1965). A partir de então muitos trabalhos surgiram, na sua maioria sobre os EUA, Reino Unido, Holanda e países Escandinavos (Wardman e Waters II, 2001).

Mackie *et al.* (2001) defendem que a utilização de um único valor do tempo para viagens que não sejam em trabalho, estimado sem considerar o propósito da viagem, a distância, o tempo poupado e o modo utilizado, além de simples, constitui um procedimento que apelidam de defensivo (prudente). A maioria dos estudos aplicados ao não considerar estes e outros efeitos não observados directamente, tendem a subvalorizar o tempo de viagem (Hensher, 2001).

Se existe um ponto em comum no valor do tempo de viagem, entre investigadores (Gunn, 2001) e orientações governamentais (Reino Unido e Holanda) e institucionais (Banco Mundial), este está na sua relação com o rendimento e com o propósito da viagem. Sendo o valor do tempo de viagem calculado como um rácio de troca entre um coeficiente relativo ao tempo da viagem e um coeficiente associado ao custo de viajar, por oposição a outra actividade, incluindo trabalhar, o rendimento auferido aparece como uma forma de mensuração quase natural (Becker, 1965; Bruzelius, 1979; Algers *et al.*, 1998; e Mackie *et al.*, 2001). Lyons e Urry (2005) sugerem a utilização de medidas de rendimento que representam médias nacionais, em ordem a minimizar enviesamentos derivados da amplitude salarial do país.

Relativamente ao propósito da viagem, uma segmentação comum consiste em considerar viagens privadas por oposição a viagens em trabalho (Algers, 1998 e Mackie

et al., 2003). As viagens em trabalho incluem todas as deslocações em horário de trabalho e em benefício do negócio do empregador, pelo que as poupanças permitem converter tempo não produtivo em tempo produtivo. As viagens privadas incluem todas as realizadas fora do horário de trabalho, nomeadamente as de lazer e as deslocações de e para o trabalho.

Normalmente o rácio de troca é específico para cada segmento, com o valor do tempo da viagem em trabalho a ser consideravelmente superior ao valor do tempo da viagem privada. De uma forma simplificada, as diferenças devem-se ao facto do valor do tempo de viagem em trabalho ter em conta o custo total que a entidade patronal suporta, enquanto que o valor do tempo de viagem privada tem em conta o rendimento auferido pelo empregado. Mackie *et al.* (2001) fornecem uma explicação mais pormenorizada destas diferenças.

Este tipo de segmentação é sugerido pelo Banco Mundial relativamente aos projectos sujeitos a um potencial financiamento (Gwilliams, 1997) e pelo Departamento para os Transportes do Reino Unido, na análise de novos investimentos (Mackie *et al.*, 2003).

A possibilidade de adaptar o valor do tempo de viagem estimado originalmente numa outra região não é assunto omissa na literatura. De acordo com Gunn (2001), determinados estudos, com dados e modelos cuidadosamente estruturados, produzem relações, que parecem estáveis e transferíveis entre regiões e ao longo do tempo, para variáveis chave que influenciam o valor do tempo de viagem.

Desde os anos 60 que o Departamento para os Transportes do Reino Unido¹³ publica valores do tempo de viagem, os quais recomenda que sejam utilizados na

¹³ Department for Transport (DfT).

análise económica de projectos de investimento em transportes no Reino Unido. As linhas orientadoras das várias publicações traduzem ao longo do tempo uma cada vez maior intersecção com o meio académico, sendo que a última assenta num estudo de forte cariz científico solicitado ao Instituto para o Estudo dos Transportes da Universidade de Leeds¹⁴, Mackie *et al.* (2003). Este último trabalho também serve de base às recomendações do Banco Mundial na análise de projectos sujeitos a potencial financiamento. A última publicação para o Reino Unido, TAG (2004), apresenta estimativas reportadas a 2002, em libras esterlinas, para vários modos de transportes, entre os quais o ferroviário.

A Tabela 3 apresenta a estimativa do valor do tempo de viagem em ferrovia para deslocações em trabalho e deslocações privadas para Portugal, com base em estimativas oficiais para o Reino Unido para 2002 e previsões para 2005.

Tabela 3. Valor do tempo de viagem em ferrovia para deslocações em trabalho e deslocações privadas para Portugal

	Reino Unido		Portugal	
	VTV (£)	VTV (€)	FC ⁽¹⁾	VTV (€)
Em trabalho	29,74	43,42	0,572	24,84
Privada	4,75	6,94	0,324	2,25

Nota: (1) Factor de conversão baseado na produtividade e salário médio

Fonte: TAG (2004) e OCDE

Considerando a forma de cálculo dos valores para o Reino Unido, o factor de conversão para o valor do tempo de viagens em trabalho e privadas, baseia-se na produtividade e salário médio dos dois países, respectivamente. Segundo estatísticas oficiais da Organização de Cooperação e Desenvolvimento Económicos (OCDE), em 2004, o salário médio em Portugal era cerca de 32,4% do salário médio no Reino Unido, enquanto que a produtividade em Portugal representava cerca de 57,2% da

¹⁴ Institute for Transport Studies, University of Leeds.

produtividade naquele país.

Não obstante os valores e os métodos de estimação para cada região, Armstrong *et al.* (2001) sugerem que na avaliação de investimentos em projectos públicos, deve ser efectuada uma análise de sensibilidade que reconheça a variabilidade da estimativa do valor do tempo de viagem.

4.4. Dados do Exemplo Numérico

Considerem-se os valores constantes na Tabela 4 para os parâmetros de um caso base de construção de uma ligação de AVF entre duas cidades Portuguesas, utilizando como ilustração a ligação entre Lisboa e Porto. A ordem de grandeza dos valores dos parâmetros apresentados colhe fundamento em vários estudos relacionados com a ligação Lisboa-Porto, disponibilizados pelo MOPTC.

Assume-se que o serviço ferroviário convencional opera na mesma ligação e que o novo serviço de alta velocidade irá reduzir o tempo de viagem de aproximadamente três horas para aproximadamente uma hora. O valor do tempo de viagem de 10€ por hora coaduna-se com os valores estimados na Tabela 3, quando 65% dos passageiros da ligação em causa se deslocam por motivos privados e 35% se deslocam em trabalho.

A construção da ligação deverá demorar cerca de 5 anos e o valor actual das despesas de investimento ascende a 5 mil milhões de euros. Estima-se que a procura actual pelo serviço de AVF atinja 3 milhões de passageiros, devendo crescer 3,5% anualmente, com um desvio padrão de 20%.

O impacto da inclusão de mais factores de incerteza além da associada à procura será analisado perante uma taxa de crescimento anual da despesa de investimento de 1%, com um desvio padrão de 10% e uma taxa de crescimento anual dos benefícios

totais gerados pelo projecto de 6,75%, com um desvio padrão de 32,5%.

Tabela 4. Valores dos parâmetros do caso base de construção de uma ligação em AVF

Parâmetros	Valor
x – Procura estimada pelo serviço de AVF no momento actual	3 M
γ – Valor actualizado das despesas de investimento	5.000 M€
η_0 – Valor do tempo de viagem no serviço convencional	30 €
η_2 – Valor do tempo de viagem no serviço de AVF	10 €
p_0 – Tarifa do serviço ferroviário convencional	25 €
φ – Custos fixos de operação	90 M€
ρ – Taxa de actualização	9,00%
μ_x – Taxa de crescimento esperada de x	3,50%
σ_x – Desvio padrão de x	20%
n – Duração do período de construção	5
δ_β – Elasticidade entre x e η	0,50
δ_α – Elasticidade cruzada entre x e p_0	0,50
μ_γ – Taxa de crescimento esperada de γ	1,00%
σ_γ – Desvio padrão de γ	10,00%
μ_P – Taxa de crescimento esperada dos benefícios totais (P)	6,75%
σ_P – Desvio padrão dos benefícios totais (P)	32,5%

Nota: M = Milhões

Não obstante a análise dos resultados do modelo sujeito a uma variável estocástica, com diferentes valores de elasticidades e custos variáveis operacionais, por razões de simplicidade e comparabilidade considera-se no caso base que além dos custos variáveis serem negligenciáveis, quer a elasticidade entre a procura pelo serviço de AVF e o valor do tempo de viagem, quer a elasticidade cruzada entre a procura pelo serviço de AVF e o preço da tarifa do serviço ferroviário convencional assumem um valor de 0,5. No que respeita às elasticidades, isto implica que o valor do tempo de viagem e o valor da tarifa

do serviço ferroviário convencional registe anualmente um crescimento que corresponda a metade da taxa de crescimento esperada para a procura. Em qualquer dos casos, trata-se de taxas de crescimento que se coadunam com as esperadas numa conjuntura económica estável.

Alguns economistas e gestores advogam que o custo de oportunidade do tempo poderá ser decrescente no futuro devido à necessidade de Portugal atingir níveis de competitividade superiores. No entanto, esta visão poderá facilmente ser refutada pelo facto da resposta ao aumento da competitividade estar no aumento da produtividade e não na redução do preço do trabalho. Além do facto dos indivíduos serem relutantes em aceitarem diminuir os seus salários, as leis do trabalho dificilmente o permitirão e, em termos históricos, não há registos de uma situação destas com dimensão significativa.

Os coeficientes α_0 , β_0 e β_2 foram estimados no momento zero através das respectivas formas funcionais dadas pelas equações (3.3) e (3.2).

4.5. Avaliação do Investimento na AVF e Análise de Sensibilidade com Um Factor de Incerteza

A avaliação do investimento na AVF e respectiva análise de sensibilidade quando se considera apenas a incerteza relativa à procura será efectuada para o caso base. Posteriormente a avaliação será extendida ao cenário em que além de contemplar os custos variáveis de exploração, a elasticidade entre a procura pelo serviço de AVF e o valor do tempo de viagem assume um valor diferente da elasticidade cruzada entre a procura pelo serviço de AVF e o preço da tarifa do serviço ferroviário convencional.

4.5.1. Elasticidades Iguais ($\theta_\beta = \theta_\alpha$) e Custos Variáveis Negligenciáveis ($\omega = 0$)

A Tabela 5 apresenta os resultados da avaliação do investimento na construção de uma ligação em AVF, utilizando os valores do caso base constantes na Tabela 4, quando apenas consideramos a incerteza relativa à procura pelo novo serviço.

Tabela 5. Resultados da avaliação do projecto na AVF

<i>Output</i>		Valor
x^*	– Nível crítico da procura pelo serviço de AVF (n.º passageiros)	10,662 M
$v(x)$	– Valor da oportunidade de investimento	3.172,4 M€
val	– Valor actualizado líquido	-276,0 M€
vod	– Valor da opção de diferimento	3.448,4 M€

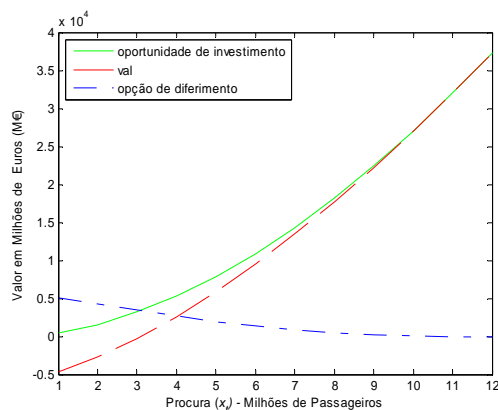
Nota: M = Milhões

Com base nos resultados obtidos, a construção da linha de AVF apenas deverá ser iniciada quando o nível da procura atingir 10,662 milhões de passageiros. Embora o projecto não deva ser implementado de imediato, dado que apresenta um VAL negativo, este também não deverá ser abandonado em definitivo, uma vez que existe incerteza relativamente ao número de passageiros dispostos a utilizar o serviço de alta velocidade no futuro. A opção de diferir a implementação do investimento é valorizada no modelo em cerca de 3.448 milhões de euros. O valor de manter “viva” a oportunidade de investimento corresponde a cerca de 3.172 milhões de euros. O valor da oportunidade de investimento é inferior ao valor da opção de diferimento em cerca de 8%, dado que o projecto possui um VAL ligeiramente negativo.

Na Figura 5 está representado a evolução do valor da oportunidade de investimento, o VAL e o valor da opção de diferimento, comparativamente com a evolução da procura pelo serviço AVF, x_t , ao longo do tempo.

Como podemos observar, a partir do momento que a procura excede 10,662 milhões de passageiros, a opção de diferir a implementação do investimento deixa de ter valor. Assim, a partir deste ponto, a decisão óptima de implementar imediatamente o investimento é aquela que maximiza o valor para o promotor do projecto.

Figura 5. Valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento, para o caso base.



De seguida iremos analisar o impacto da variação do valor de alguns parâmetros de relevo na avaliação do projecto em AVF.

A sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento, podem ser observados graficamente na Figura 6 à Figura 11.

Figura 6. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na taxa de crescimento da procura.

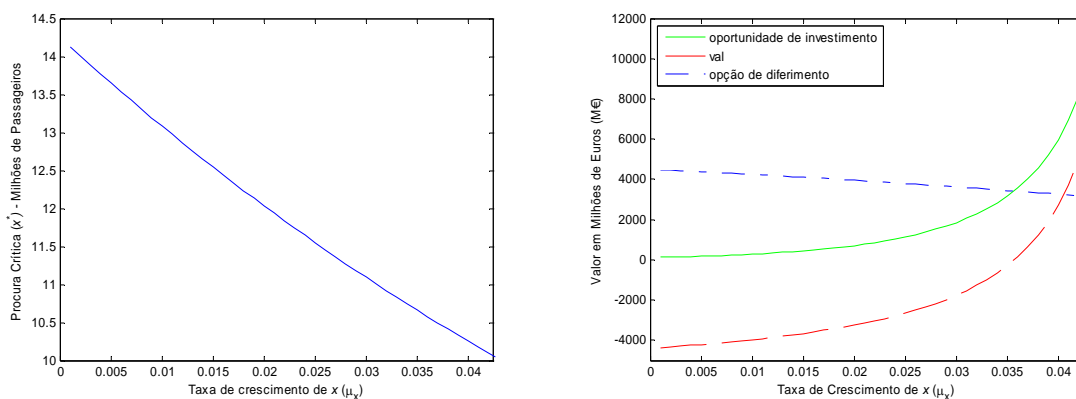


Figura 7. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na taxa de actualização.

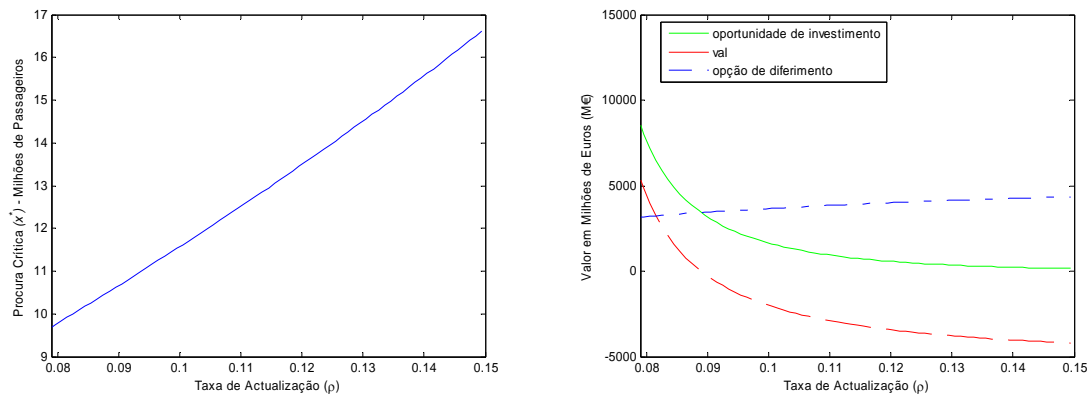


Figura 8. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações nas despesas de investimento.

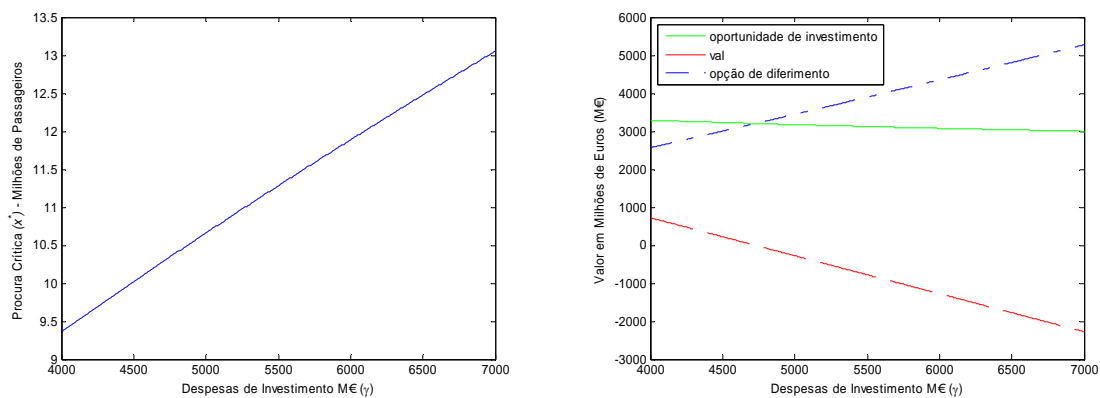


Figura 9. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na volatilidade da procura.

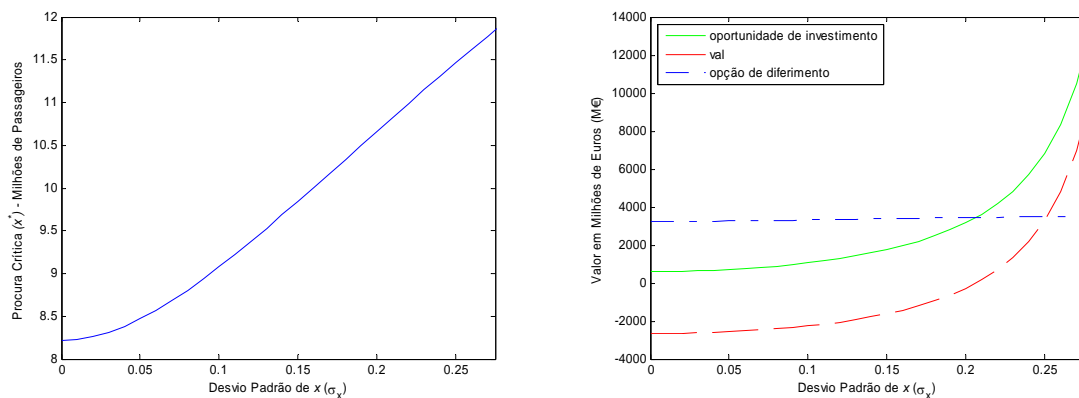
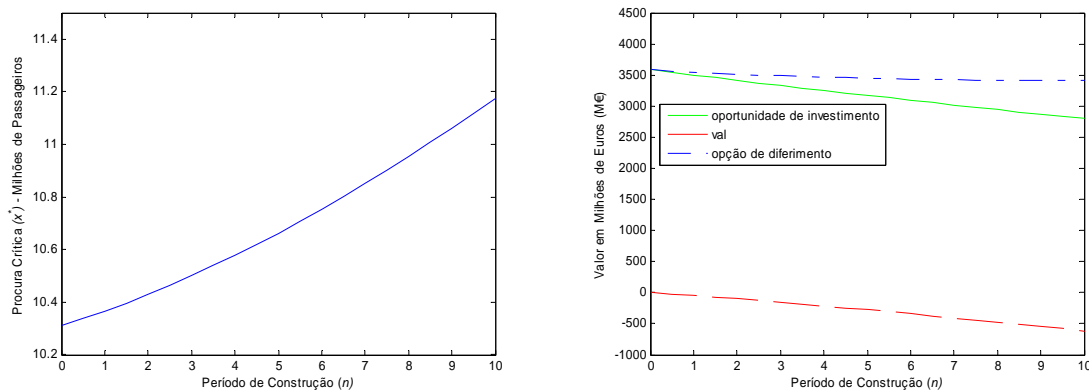


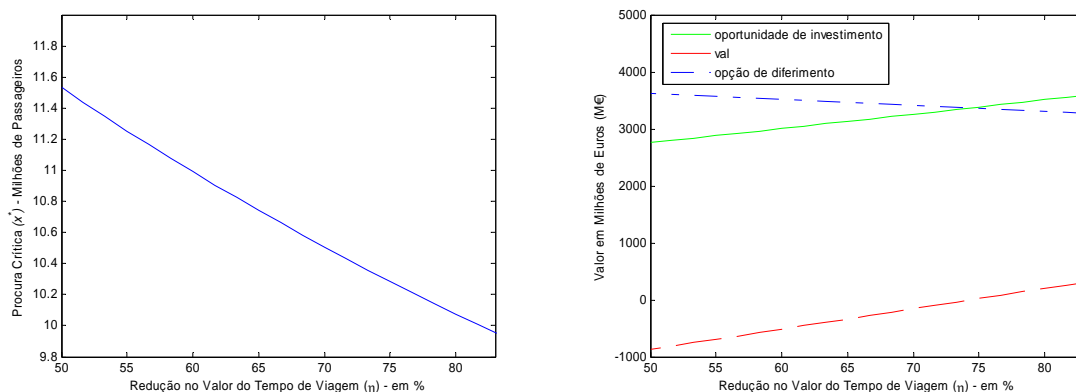
Figura 10. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações no tempo de construção.



Pela análise gráfica, observa-se que o nível crítico da procura, x^* , varia inversamente com a taxa de crescimento da procura μ_x (Figura 6) e com a redução do valor do tempo de viagem proporcionado pela linha de AVF, dado por $\frac{\eta_0 - \eta_2}{\eta_0}$ (Figura 11). Face a taxas de crescimento da procura mais elevadas μ_x e a maiores reduções no valor do tempo de viagem, registam-se aumentos no valor actualizado dos benefícios resultantes do projecto, justificando a antecipação da sua implementação.

Os outros parâmetros analisados assumem uma relação directa com o nível crítico da procura, x^* . Uma taxa de actualização mais elevada (Figura 7), maiores despesas de investimento (Figura 8), incrementos na volatilidade da procura (Figura 9) ou extensão do período de construção necessário (Figura 10) implicam adiamentos significativos na implementação do projecto. Ao analisar a sensibilidade conjunta de alguns destes parâmetros, verifica-se que o nível crítico da procura regista uma menor sensibilidade face à incerteza (Figura 12) e face ao valor das despesas de investimento (Figura 13), quando a taxa de actualização assume valores mais baixos.

Figura 11. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na redução do valor do tempo de viagem.



Perante a variação de qualquer um dos parâmetros analisados, o valor da oportunidade de investimento e o VAL registam sempre a mesma tendência, embora com impactos diferentes.

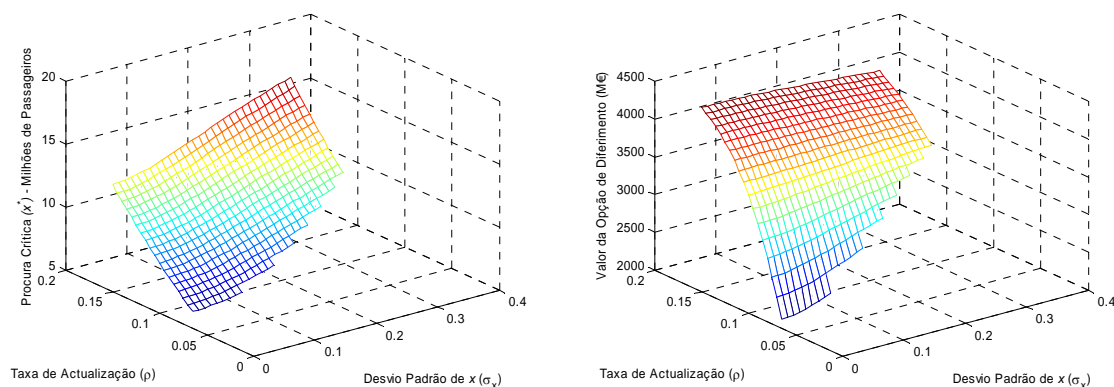
Face a incrementos na taxa de crescimento da procura, o valor da oportunidade de investimento e o VAL demonstram uma relação directa, com características de uma função exponencial (Figura 6). No entanto, o valor da opção de diferimento diminui, pois o VAL apresenta uma maior sensibilidade comparativamente ao valor da oportunidade de investimento. O mesmo acontece quando se testa a sensibilidade à redução do valor do tempo de viagem (Figura 11), embora neste caso o impacto no valor da opção de investimento e no VAL seja mais do tipo linear.

A Figura 9 mostra que quer o valor da oportunidade de investimento quer o VAL aumentam face a incrementos na incerteza na evolução da procura pelo serviço de AVF. Este efeito no VAL deve-se ao facto do modelo de avaliação incorporar a elasticidade entre a procura pelo serviço da AVF e o valor do tempo de viagem e a elasticidade cruzada entre a procura pelo serviço de AVF e a tarifa do serviço convencional. Esta característica do modelo desenvolvido resulta num valor da opção de diferimento que aumenta ligeiramente face a maiores exposições à incerteza. A Figura 12, além de

evidenciar este comportamento, também mostra que para valores de taxa de actualização mais elevados o valor da opção de diferimento pode mesmo diminuir ligeiramente com o aumento da incerteza. O pressuposto de que a taxa de actualização se mantém constante independentemente da alteração da volatilidade da procura também contribui para este resultado.

Quando o período de construção é prolongado, o aumento da incerteza ao longo do tempo e o adiamento na realização dos benefícios operacionais resultantes do investimento, conduzem simultaneamente a uma redução linear do valor da oportunidade de investimento e do VAL (Figura 10). Dada a maior diminuição induzida no valor da oportunidade de investimento comparativamente ao VAL, o valor da opção de diferimento diminui ligeiramente.

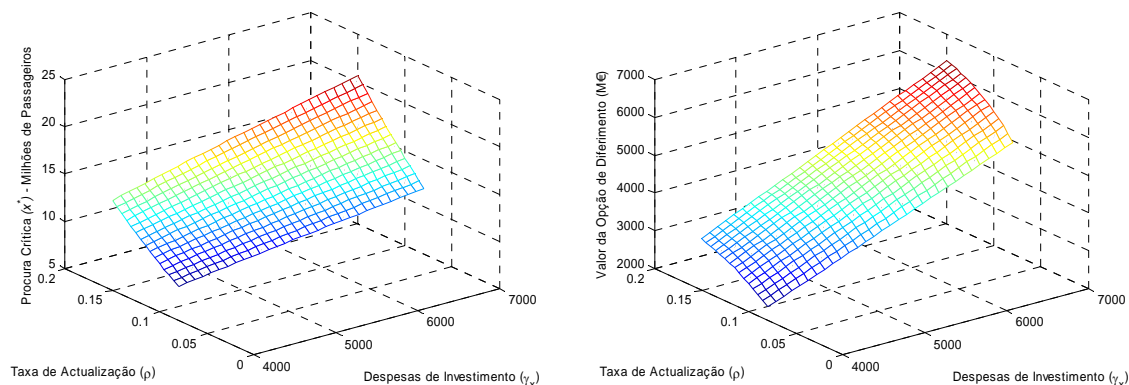
Figura 12. Sensibilidade do nível crítico da procura e do valor da opção de diferimento face a variações conjuntas na volatilidade da procura e taxa de actualização.



A Figura 13 apresenta graficamente o impacto conjunto da taxa de actualização, ρ , e do valor das despesas de investimento, γ , no nível crítico da procura, x^* , e no valor da opção de diferimento. Quer o nível crítico da procura quer o valor da opção de diferimento registam uma relação directa com estes dois parâmetros, resultando numa valorização superior da opção de diferimento à medida que a unidade de medida destes parâmetros aumenta. Recorrendo à Figura 7 e Figura 8 verifica-se que o comportamento

do valor da opção de diferimento se deve à maior diminuição no VAL comparativamente à diminuição induzida no valor da oportunidade de investimento.

Figura 13. Sensibilidade do nível crítico da procura e do valor da opção de diferimento face a variações conjuntas nas despesas de investimento e taxa de actualização.



Na próxima secção a considera-se o cenário no qual os custos variáveis de exploração não são negligenciáveis e simultaneamente a elasticidade entre a procura pelo serviço de AVF e o valor do tempo de viagem assume um valor diferente da elasticidade cruzada entre a procura pelo serviço de AVF e o preço da tarifa do serviço ferroviário convencional.

4.5.2. Elasticidades Diferentes ($\theta_\beta \neq \theta_\alpha$) e Custos Variáveis ($\omega > 0$)

A Tabela 6 apresenta os resultados da avaliação do investimento na construção de uma ligação em AVF, conforme os valores do caso base constantes na Tabela 4, com elasticidades diferentes e considerando a existência de custos variáveis. Com base na informação disponibilizada pelo MOPTC assume-se um valor de 0,6 para a elasticidade entre a procura pelo serviço de alta velocidade e o valor do tempo de viagem e um valor de 0,4 para a elasticidade cruzada entre a procura pelo serviço de alta velocidade e a tarifa do serviço convencional. Isto implica que o valor do tempo de viagem e o valor da

tarifa do serviço ferroviário convencional registam um crescimento anual que corresponde a 60% e 40% do valor da taxa de crescimento esperada para a procura, respectivamente. Com base na mesma fonte, considera-se um custo variável de 1 euro por ligação por cada utilizador.

Tabela 6. Resultados da avaliação do projecto com elasticidades diferentes e custos variáveis.

<i>Output</i>		<i>Valor</i>
x^*	– Nível crítico da procura pelo serviço de AVF (n.º passageiros)	10,777 M
$v(x)$	– Valor da oportunidade de investimento	3.743,3 M€
val	– Valor actualizado líquido	254,2 M€
vod	– Valor da opção de diferimento	3.489,1 M€

Nota: M = Milhões

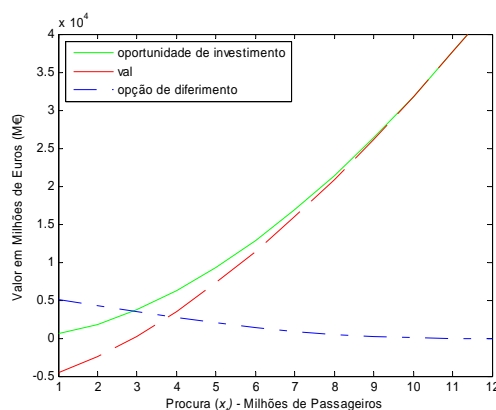
Os resultados obtidos pelo modelo, considerando elasticidades diferentes e custos variáveis de exploração, indicam que o investimento apenas deverá ser implementado quando a procura atingir os 10,777 milhões de passageiros. Embora o projecto apresente um VAL ligeiramente positivo, a melhor decisão consiste em não o implementar imediatamente. Esperar, diferindo a implementação do projecto para um momento futuro, possui um valor de 3.489,1 milhões de euros.

Comparativamente aos resultados do modelo com elasticidades iguais e custos variáveis negligenciáveis, o nível crítico da procura sofreu um incremento de 1,08% enquanto que o valor da opção de diferimento aumentou 1,18%. Este efeito resulta da conjugação dos diferentes comportamento dos 3 parâmetros considerados. Embora o aumento para 0,6 da elasticidade entre a procura e o valor do tempo de viagem provoque um crescimento mais acelerado do valor do tempo de viagem, favorecendo a antecipação do investimento, a diminuição para 0,4 da elasticidade cruzada entre a

procura e a tarifa do serviço ferroviário alternativo torna o serviço de AVF menos competitivo, favorecendo um maior adiamento na sua implementação. Em termos líquidos, as alterações introduzidas nas elasticidades contribuem para adiar ainda mais a decisão de implementar o projecto. Este efeito vem agravado pela introdução de custos variáveis, que provocam uma diminuição dos fluxos de caixa gerados pelo projecto, expondo-o a uma maior incerteza.

Os resultados do modelo com elasticidades diferentes e existência de custos variáveis apontam para um valor da oportunidade de investimento e VAL superiores à medida que a procura evolui (Figura 14), comparativamente aos valores registados pelo modelo com elasticidades iguais e custos variáveis negligenciáveis (Figura 5).

Figura 14. Valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento, com elasticidades diferentes e existência de custos variáveis.



As Figura 15 à Figura 20, permitem analisar o comportamento do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento, face a variações no valor de alguns parâmetros do projecto, comparativamente à análise de sensibilidade dos resultados do modelo com elasticidades iguais e custos variáveis negligenciáveis (Figura 6 à Figura 11).

Figura 15. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na taxa de crescimento da procura.

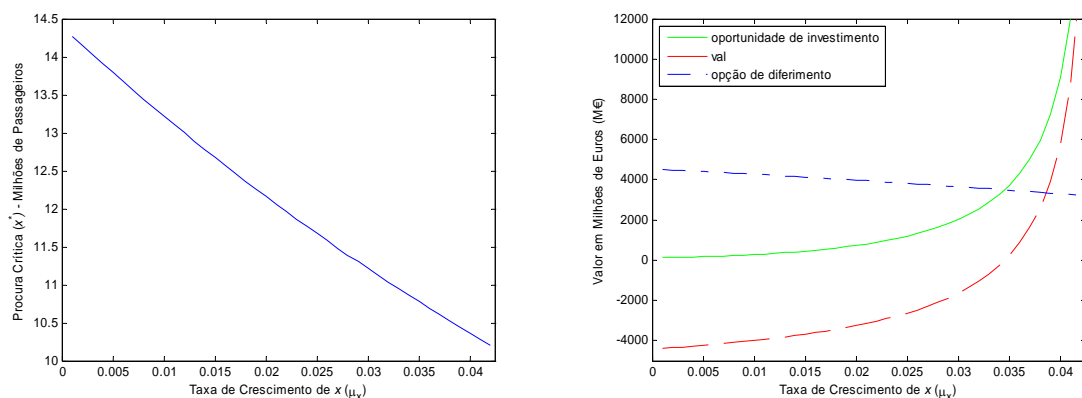


Figura 16. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na taxa de actualização.

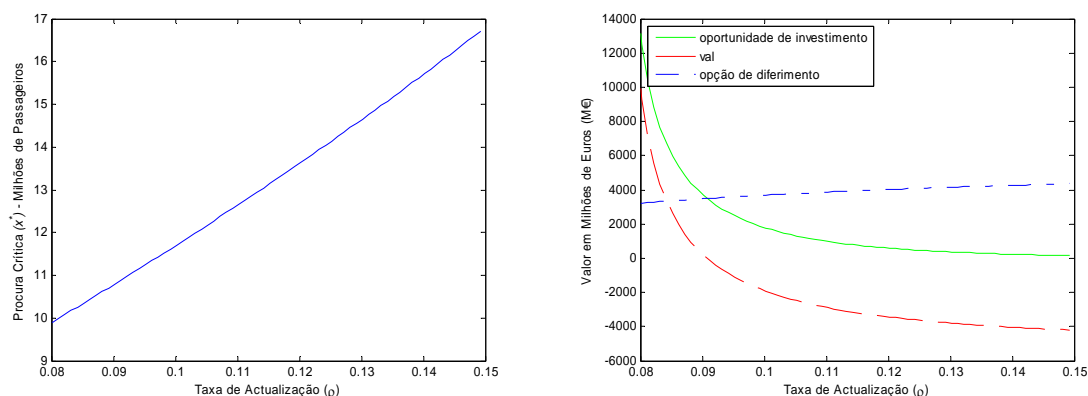


Figura 17. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações nas despesas de investimento.

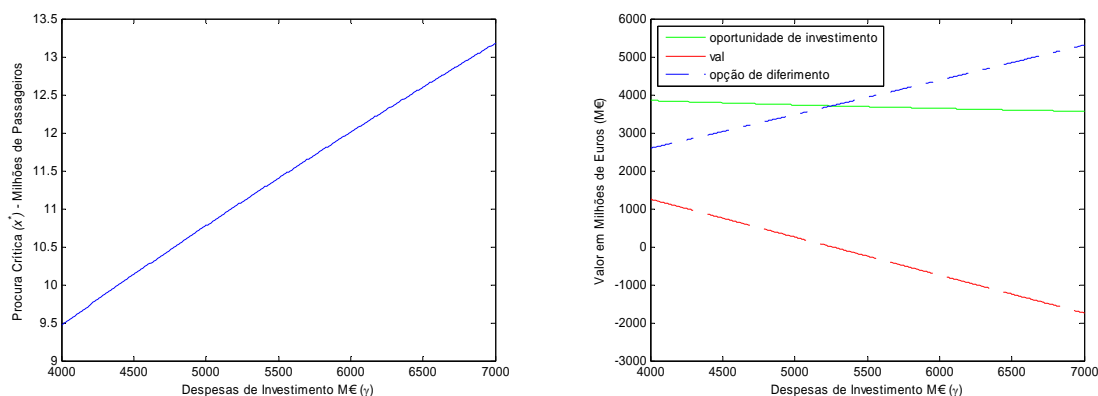


Figura 18. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na volatilidade da procura.

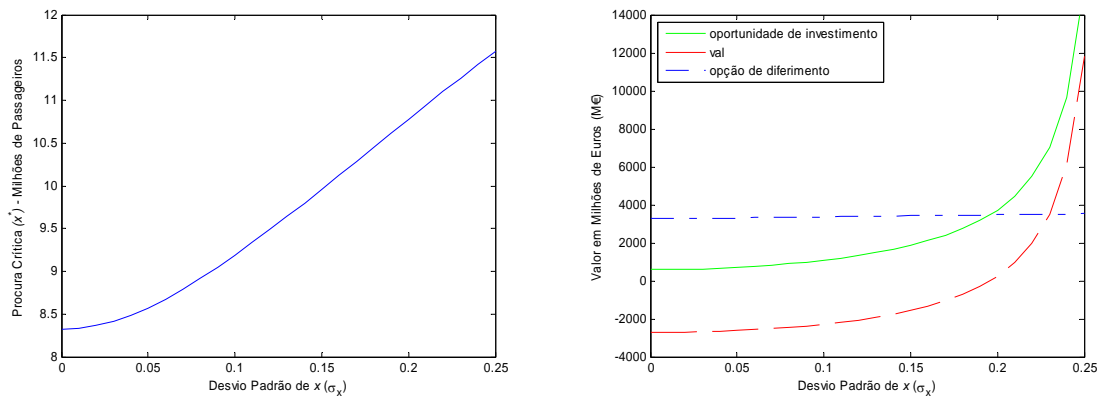


Figura 19. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações no tempo de construção.

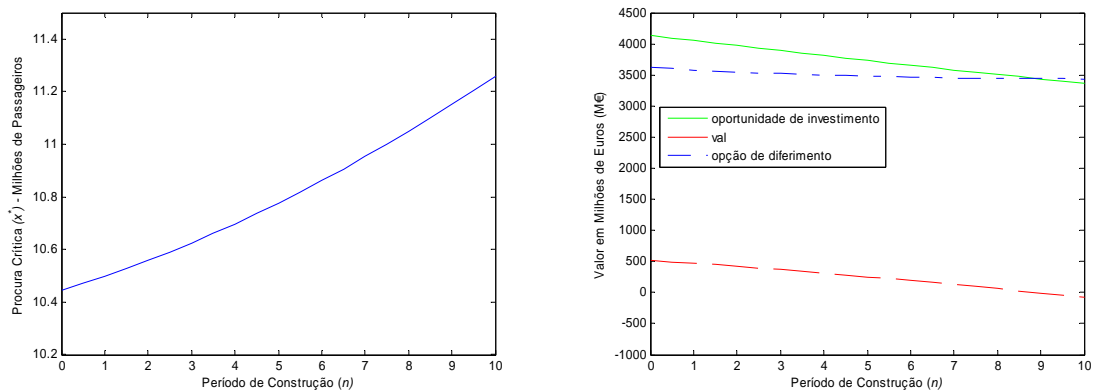
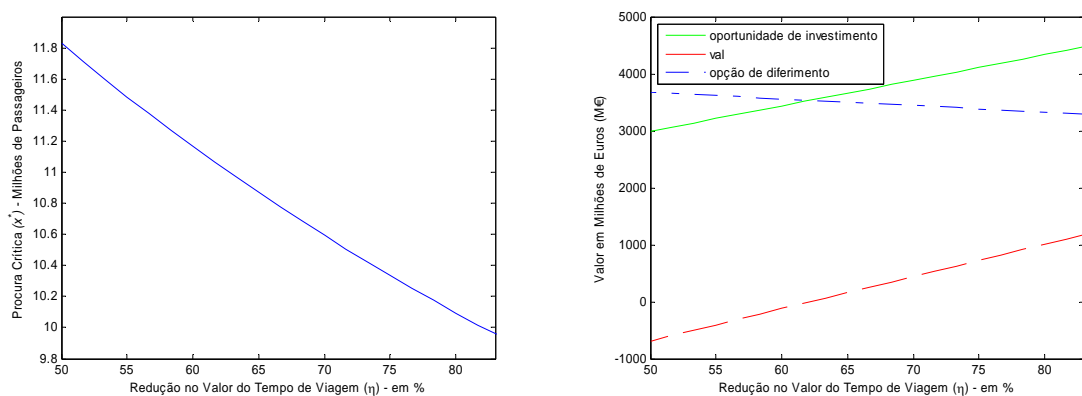


Figura 20. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na redução do valor do tempo de viagem.



Perante a variação de qualquer um dos parâmetros analisados, o nível crítico da procura, o valor da oportunidade de investimento, o VAL e o valor da opção de diferimento, mantém a mesma tendência registada no modelo com elasticidades iguais e custos variáveis negligenciáveis, embora com mudanças de nível e sensibilidade.

Comparativamente ao modelo anterior, a procura crítica apresenta a mesma sensibilidade e regista um aumento de nível para qualquer parâmetro analisado, excepto quando se regista uma variação do número de anos de construção (Figura 19 *vs* Figura 10) e uma variação na redução do valor do tempo de viagem (Figura 20 *vs* Figura 11). A procura crítica apresenta-se neste modelo ligeiramente menos sensível face a variações no período de construção e mais sensível para menores reduções no valor do tempo de viagem.

Embora a introdução de elasticidades diferentes e de custos variáveis provoque um ligeiro aumento no valor da opção de diferimento, o valor da oportunidade de investimento e o VAL registam maiores incrementos. A sensibilidade destes resultados de avaliação goza das mesmas características quando se analisa variações no montante da despesa de investimento, no número de anos de construção e na redução do valor do tempo de viagem. O valor da oportunidade de investimento e o VAL dados pelo novo modelo apresentam-se mais sensíveis para valores mais elevados da taxa de crescimento esperada da procura, para valores mais baixos da taxa de actualização, para valores mais elevados do desvio padrão da procura e para variações na redução do valor do tempo de viagem. Para os restantes parâmetros, a sensibilidade dos resultados da avaliação mantêm-se comparativamente ao modelo com elasticidades iguais e custos variáveis negligenciáveis.

Assim, constata-se no exemplo numérico apresentado com elasticidades diferentes e existência de custos variáveis, que o modelo apresenta resultados mais prudentes, mas

que não alteram de forma significativa a decisão sobre a implementação do projecto na óptica da AOR.

4.6. Avaliação do Investimento na AVF e Análise de Sensibilidade com Três Factores de Incerteza

A Tabela 7 apresenta os resultados da avaliação do investimento na construção de uma ligação em AVF, conforme os valores do caso base constantes na Tabela 4, quando se consideram todos os três factores de incerteza considerados no modelo que influenciam o projecto.

Tabela 7. Resultados da avaliação do projecto.

	<i>Output</i>	Valor
g^*	– Rácio crítico entre benefícios totais e despesas de investimento	0,1870
$f(g)$, com $g < g^*$	– Valor da oportunidade de investimento em proporção das despesas de investimento	64,32%
$f(g)$, com $g \geq g^*$	– Valor actualizado líquido em proporção das despesas de investimento	-5,52%
$vod(g)$	– Valor da opção de diferimento em proporção das despesas de investimento	69,84%
x^*	– Nível crítico da procura pelo serviço de AVF (n.º passageiros)	10,898 M
$v(P, \gamma)$, com $g < g^*$	– Valor da oportunidade de investimento	3.215,8 M€
$v(P, \gamma)$, com $g \geq g^*$	– Valor actualizado líquido	-276,0 M€
$vod(P, \gamma)$	– Valor da opção de diferimento	3.491,8 M€

Nota: M = Milhões

Os resultados obtidos pelo modelo quando se considera três fontes de incerteza, sugerem que o investimento apenas deverá ser implementado quando o projecto atinja um montante de benefícios anuais que represente uma proporção igual ou superior a 18,7% do valor actualizado das despesas de investimento. No momento presente este

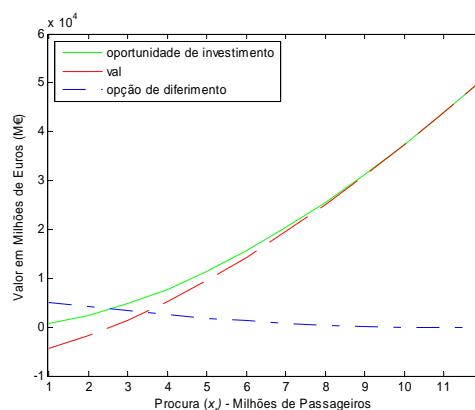
rácio assume um valor de 2,7%, pelo que o projecto não deverá ser implementado de imediato. O valor da oportunidade de investimento representa 64,32% do valor actual das despesas de investimento, enquanto que o valor da opção de diferimento assume uma proporção de 69,84%, contribuindo para tal o facto do projecto registar um VAL negativo.

Considerando que num determinado momento do tempo o valor actualizado das despesas de investimento atinge 5.000 milhões de euros, a implementação óptima do projecto fica dependente da existência de uma procura pelo serviço de AVF igual ou superior a 10,898 milhões de passageiros. Este valor crítico da procura vem ligeiramente superior (em 2,21%) ao valor obtido quando apenas existe incerteza no volume de passageiros. Tal como esperado, o VAL mostrou-se independente do número de factores de incerteza considerados, mantendo o valor negativo de 276 milhões de euros para o projecto agora sujeito a três factores de incerteza. Este projecto não deverá ser abandonado hoje, pois o valor atribuído à possibilidade de o implementar no futuro é de 3.491,8 milhões de euros. Assim, esta oportunidade de investimento é valorizada em 3.215,8 milhões de euros, desde que a opção de diferir a sua implementação se mantenha viva. Comparativamente à análise com um factor de incerteza, a inclusão da incerteza sobre as despesas de investimento e sobre os benefícios por utilizador induziu aumentos no valor da opção de diferimento e no valor da oportunidade de investimento, na ordem dos 1,26% e 1,37%, respectivamente.

Não obstante o impacto da introdução de mais duas fontes de incerteza resultar no aumento do nível crítico da procura e do valor da opção de diferimento, confirma-se que a existência de uma taxa de crescimento positiva sobre as despesas de investimento aliado à respectiva incerteza, provoca um impacto contrário aquando da inclusão de qualquer uma das restantes duas fontes de incerteza. Os valores apresentados na Tabela

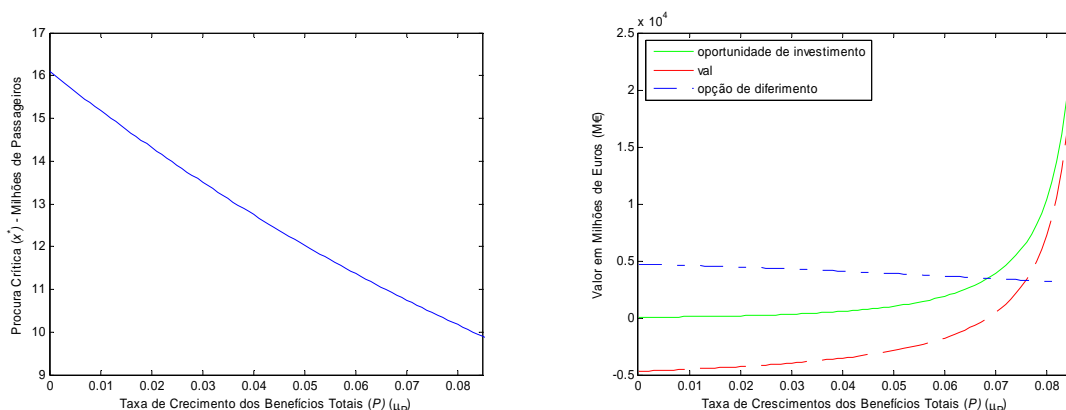
7, para o nível crítico da procura e opção de diferimento, apresentam-se superiores aos resultados com um único factor de incerteza (Tabela 5), porque perante a introdução de dois novos factores de incerteza que exercem influência contrária, a magnitude do impacto da incerteza sobre as despesas de investimento é menor que a magnitude do impacto da incerteza sobre os benefícios por utilizador.

Figura 21. Valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento para o caso base considerando três factores de incerteza.



A Figura 21 mostra a evolução do valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face ao aumento do número de passageiros com o decorrer do tempo. Para um valor actualizado das despesas de investimento de 5.000 milhões de euros, o valor da opção de diferimento torna-se nulo a partir do momento que a procura atinge um nível crítico de 10,898 milhões de passageiros. Uma vez atingido este valor crítico, a maximização do valor para o seu promotor passa pela implementação imediata do investimento.

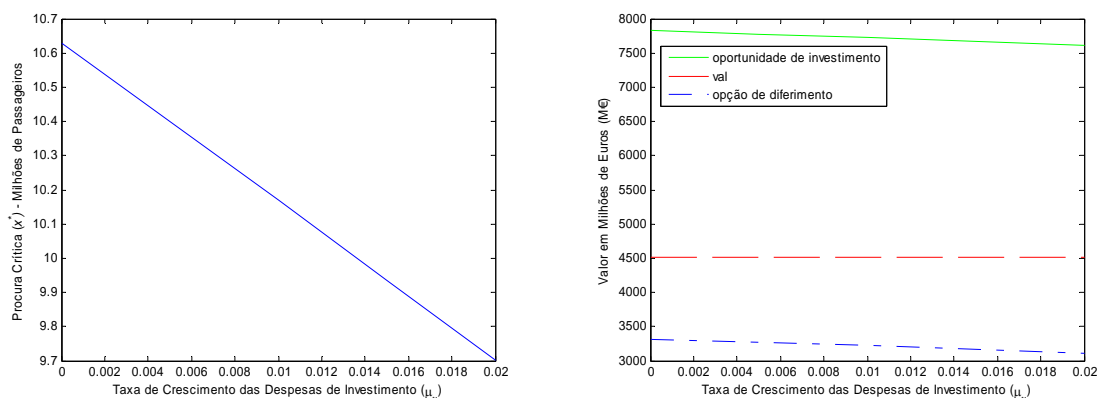
Figura 22. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na taxa de crescimento dos benefícios totais (P).



A sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento à variação individual de um conjunto de parâmetros pode ser observada nas Figura 22 à Figura 35. O valor crítico da procura apresenta uma relação directa com a taxa de actualização (Figura 24), desvio padrão dos benefícios totais (Figura 25), desvio padrão das despesas de investimento (Figura 26), desvio padrão da procura (Figura 27) e duração da construção (Figura 28). A taxa de crescimento dos benefícios totais (Figura 22), taxa de crescimento das despesas de investimento (Figura 23) e redução no valor do tempo de viagem (Figura 29) apresentam uma relação inversa com o nível crítico da procura.

Assim, de acordo com a Figura 22, taxas de crescimento dos benefícios totais mais elevadas tendem a diminuir o nível crítico da procura, dado o aumento da importância dos fluxos perdidos com a decisão de adiar a implementação do investimento por um período mais longo. Na mesma Figura observa-se que o valor da oportunidade de investimento e o VAL crescem à medida que a taxa de crescimento dos benefícios totais cresce. No entanto, como o VAL se mostra mais sensível do que o valor da oportunidade de investimento, o valor da opção de diferimento diminui face ao aumento da taxa de crescimento dos benefícios totais, levando à antecipação do investimento.

Figura 23. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na taxa de crescimento das despesas de investimento.



A taxa de crescimento das despesas de investimento (Figura 23) apresenta um comportamento idêntico à taxa de crescimento dos benefícios totais, com excepção do VAL que se mantém constante. Perante um VAL constante e um valor da opção de diferimento que diminui à medida que a taxa de crescimento das despesas de investimento cresce, o valor da oportunidade de investimento também regista uma tendência idêntica à do valor da opção de diferimento. Taxas de crescimento de despesas de investimento mais elevadas implicam acréscimos no valor a desembolsar para implementar o projecto.

Figura 24. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na taxa de actualização.

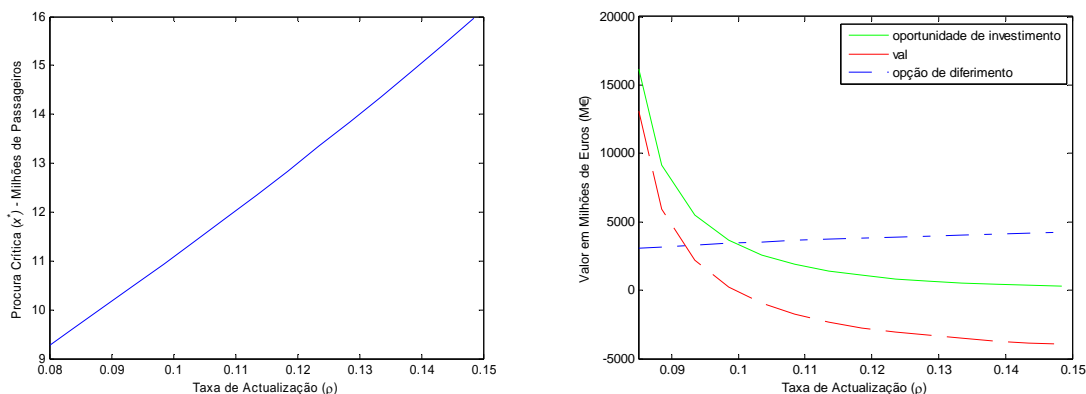
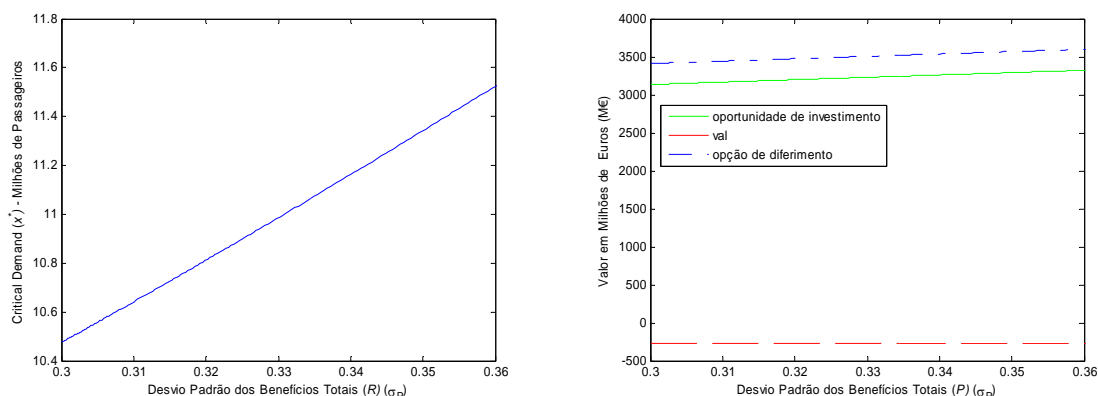


Figura 25. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na volatilidade dos benefícios totais (P).



Perante aumentos na volatilidade dos benefícios totais (Figura 25) e/ou na volatilidade da despesas de investimento (Figura 26), o adiamento torna-se cada vez mais importante, dado o aumento induzido no nível crítico da procura. Perante um VAL constante face a variações no desvio padrão dos benefícios totais (Figura 25) ou no desvio padrão das despesas de investimento (Figura 26) e um valor da opção de diferimento a variar directamente com estes dois factores de incerteza, a oportunidade de investimento regista incrementos no seu valor com o aumento da incerteza. Trata-se de um comportamento expectável de acordo com a literatura sobre avaliação de investimentos em ambiente de incerteza.

Figura 26. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na volatilidade das despesas de investimento.

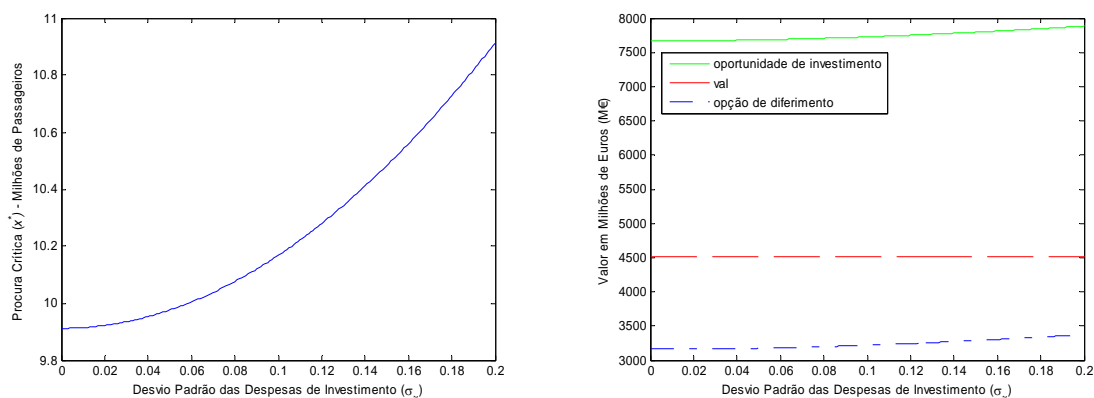


Figura 27. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na volatilidade do número de passageiros.

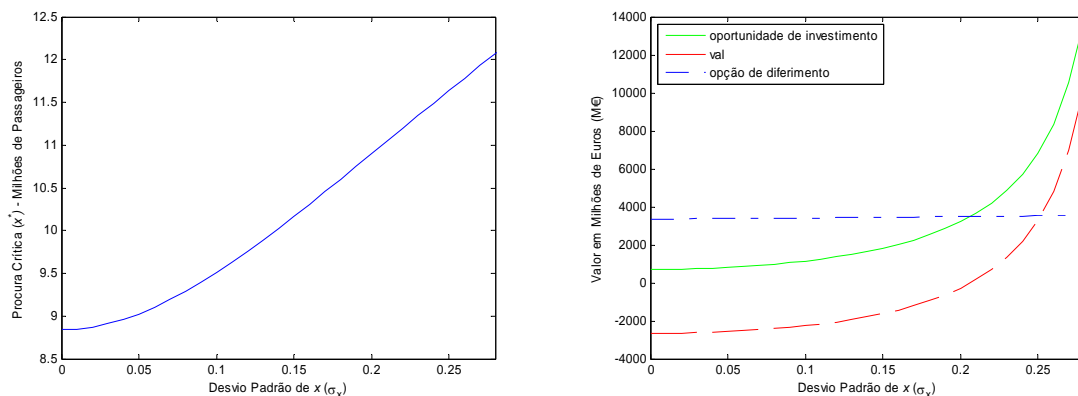
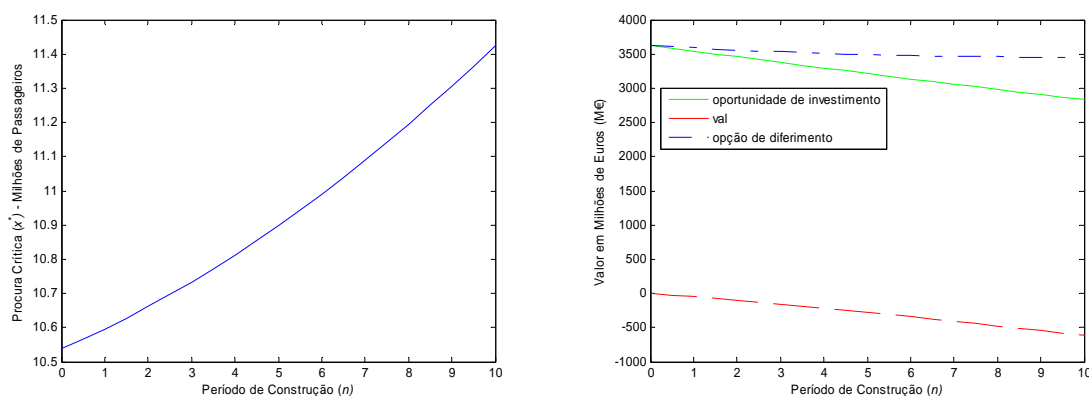
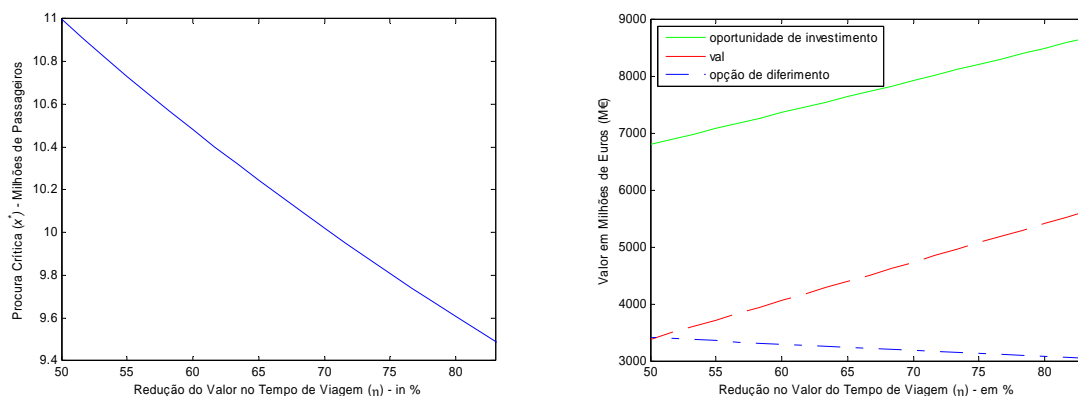


Figura 28. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações no tempo de construção.



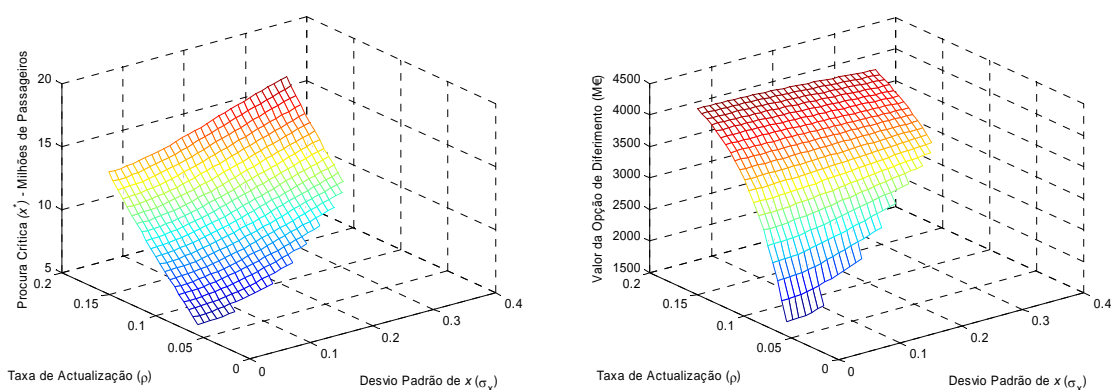
Maiores velocidades de operação do serviço de AVF originam uma maior redução no valor do tempo de viagem, dada por $\frac{\eta_0 - \eta_2}{\eta_0}$, que por sua vez implica diminuições no nível crítico da procura a partir do qual se torna óptimo implementar o investimento (Figura 29). Em resultado dos maiores benefícios proporcionados pelo projecto, o VAL regista um incremento ligeiramente superior ao incremento ocorrido no valor da oportunidade de investimento, pelo que existe uma tendência para a antecipação da decisão de implementar o investimento, com a opção de diferimento a perder valor.

Figura 29. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na redução do valor do tempo de viagem.



Neste cenário, o comportamento dos resultados de avaliação relativamente a variações na taxa de actualização (Figura 24), volatilidade da procura (Figura 27), duração da construção (Figura 28) e redução do valor do tempo de viagem (Figura 29) mantém-se semelhante ao comportamento registado quando apenas se considerou um único factor de incerteza. A principal diferença reside na alteração do nível do valor dos resultados de avaliação, com excepção do valor da opção de diferimento que se mantém em níveis próximos ao do cenário com um único factor de incerteza.

Figura 30. Sensibilidade do nível crítico da procura e do valor da opção de diferimento face a variações conjuntas na volatilidade da procura e taxa de actualização.



Ao comparar a Figura 30 com a Figura 12, observa-se que o comportamento do nível crítico da procura e o valor da opção de diferimento se mantêm idênticos ao cenário com um factor de incerteza. O nível crítico da procura apresenta uma relação directa com a taxa de actualização e com o desvio padrão da procura. O valor da opção de diferimento apresenta uma maior sensibilidade à taxa de actualização por oposição à volatilidade da procura. Tal como na análise com um único factor de incerteza, a sensibilidade da opção de diferimento ao desvio padrão da procura possui uma relação directa para baixos valores da taxa de actualização, mas para valores da taxa de actualização elevados, esta relação altera-se, tornando-se numa relação inversa, conforme se pode observar na parte superior do gráfico do lado direito da Figura 30.

Quanto ao impacto conjunto da taxa de actualização e desvio padrão dos benefícios totais no nível crítico da procura e valor da opção de diferimento (Figura 31), a única diferença significativa registada deve-se ao facto da relação directa entre o factor de incerteza relacionado com os benefícios totais e o valor da opção de diferimento se manter em todo o intervalo considerado para a taxa de actualização. No entanto, esta relação directa apresenta uma tendência para o esbatimento à medida que a taxa de actualização aumenta. Este retardar da inversão da relação entre o factor de incerteza e o valor da opção de diferimento deve-se ao aumento do peso da incerteza no modelo, induzido pela introdução de mais factores, comparativamente ao peso de outros parâmetros, como é o exemplo da taxa de actualização.

Figura 31. Sensibilidade do nível crítico da procura e do valor da opção de diferimento face a variações conjuntas na volatilidade dos benefícios totais e taxa de actualização.

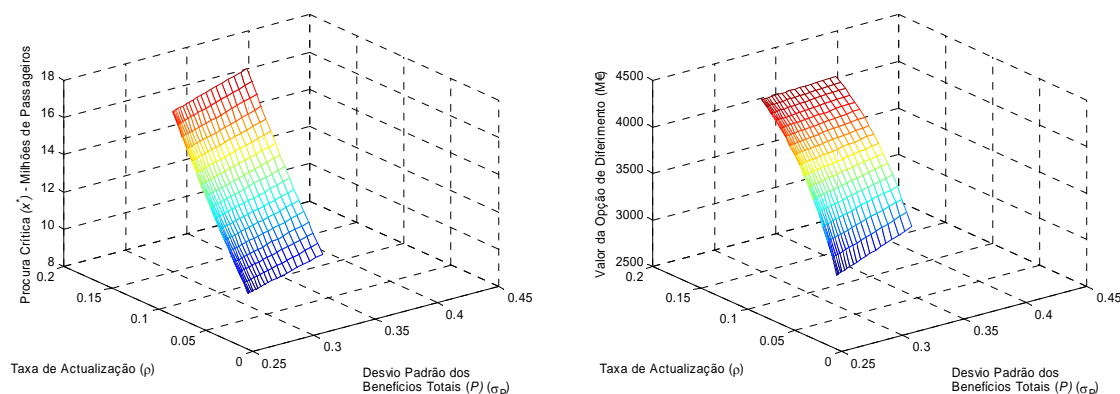


Figura 32. Sensibilidade do nível crítico da procura e do valor da opção de diferimento face a variações conjuntas na taxa de crescimento e volatilidade das despesas de investimento.

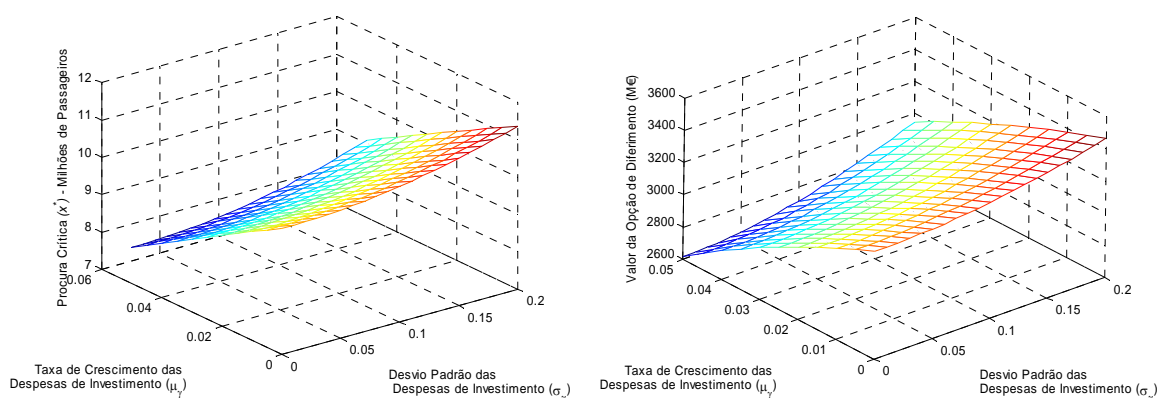
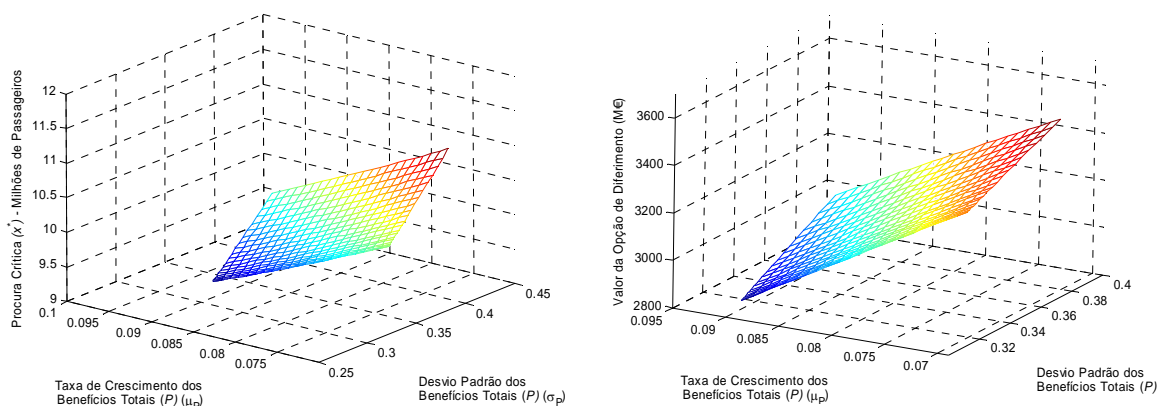


Figura 33. Sensibilidade do nível crítico da procura e do valor da opção de diferimento face a variações conjuntas na taxa de crescimento e volatilidade dos benefícios totais.



O impacto conjunto da taxa de crescimento e volatilidade no nível crítico da procura e valor da opção de diferimento, considerando as três fontes de incerteza agora incluídas no modelo, pode ser observado na Figura 32 para as despesas de investimento e na Figura 33 para os benefícios totais. Quando ao longo do tempo se espera um crescimento maior no valor das despesas de investimento e/ou na taxa de crescimento dos benefícios totais, não só o nível crítico da procura diminui, levando à antecipação da implementação do projecto, como também a opção de diferimento perde valor.

Por outro lado, valores mais elevados, quer do desvio padrão das despesas de investimento quer do desvio padrão dos benefícios totais, induzem em apreciações no valor da opção de diferimento e a um maior nível crítico da procura, provocando maiores adiamentos na implementação óptima do investimento.

Este comportamento face à incerteza também pode ser observado na Figura 34, que evidência a influência da incerteza total inerente ao projecto no nível crítico da procura e no valor da opção de diferimento.

Figura 34. Sensibilidade do nível crítico da procura e do valor da opção de diferimento face a variações conjuntas na volatilidade das despesas de investimento e volatilidade dos benefícios totais.

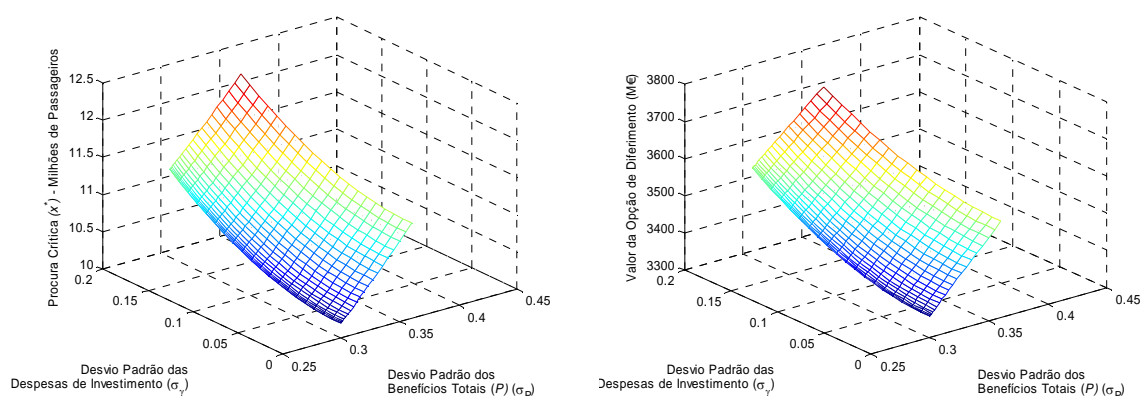
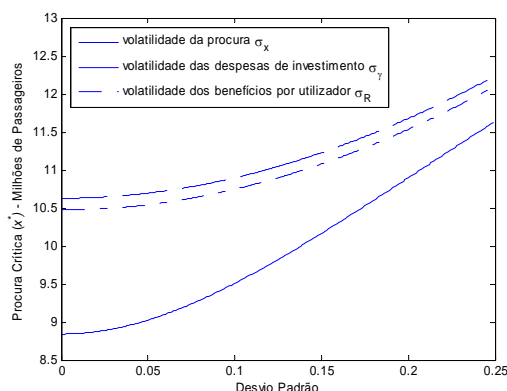


Figura 35. Sensibilidade do nível crítico da procura, considerando variações em cada uma das três fontes de incerteza.



Em termos globais, entre os três factores de incerteza presentes, o referente à procura mostra-se como sendo o mais sensível nos resultados da avaliação, conforme se pode constatar na Figura 35. O nível crítico da procura apresenta uma sensibilidade semelhante relativamente às incertezas sobre as despesas de investimento e sobre os benefícios por utilizador.

Assim, a inclusão de mais duas fontes de incerteza além da relacionada com a procura, embora não altere os resultados da avaliação de forma significativa, tornam o modelo de avaliação mais completo e próximo da realidade, garantindo maior segurança no processo de tomada de decisão óptima em investimentos reais.

4.7. Avaliação do Investimento na AVF e Análise de Sensibilidade com Um Factor de Incerteza Sujeito a Choques Positivos

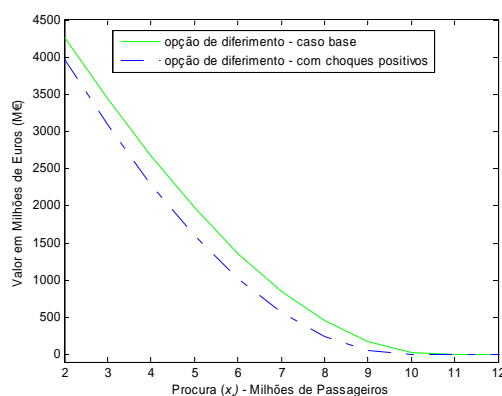
A Tabela 8 apresenta os resultados da avaliação do investimento numa ligação em AVF, conforme os valores do caso base constantes na Tabela 4, perante uma procura incerta sujeita ao efeito decorrente de eventos inesperados. Com base na informação disponibilizada pelo MOPTC, assume-se que a procura pelo novo serviço está sujeita a saltos positivos u de 10% com uma probabilidade de ocorrência λ_u de 10%.

Tabela 8. Resultados da avaliação do projecto com choques positivos.

	<i>Output</i>	Valor
x^*	– Nível crítico da procura pelo serviço de AVF (n.º passageiros)	9,899 M
$v(x)$	– Valor da oportunidade de investimento	15.739,0 M€
val	– Valor actualizado líquido	12.647,0 M€
vod	– Valor da opção de diferimento	3.092,0 M€

Nota: M = Milhões

A existência de choques na procura provoca uma diminuição de 7,16% no nível crítico da mesma, comparativamente ao caso base. Embora o VAL assuma um valor positivo elevado, a decisão óptima continua a passar pelo diferimento da implementação do projecto até ao momento em que a procura pelo serviço de AVF atinja os 10,256 milhões de passageiros. Dado que o impacto no valor da oportunidade de investimento é inferior ao impacto no VAL, o valor da opção de diferimento diminuiu 10,34%.

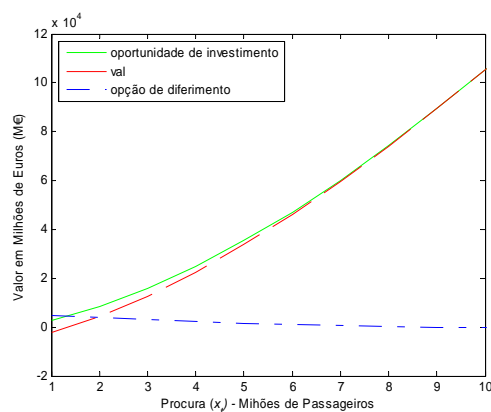
Figura 36. Valores da opção de diferimento do caso base sem e com choques positivos na procura.

Conforme se pode constatar na Figura 36, à medida que a procura pela AVF evolui no tempo, o valor da opção de diferimento caminha mais rapidamente para zero quando a procura está sujeita a choques positivos, pelo que neste cenário a implementação do investimento deve ser antecipada. A possibilidade de incrementos inesperados na procura aumenta a importância dos fluxos de caixa perdidos com o adiamento da

implementação do projecto.

Os resultados do modelo com procura estocástica sujeita a choques positivos aponta para um valor da oportunidade de investimento e VAL superiores, à medida que a procura evolui (Figura 37), comparativamente aos valores registados no caso base com elasticidades iguais e custos variáveis negligenciáveis (Figura 5).

Figura 37. Valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento, com choques positivos na procura



As Figura 38 à Figura 45, permitem analisar o comportamento do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento, face a variações no valor de alguns parâmetros do projecto, comparativamente à análise de sensibilidade dos resultados do modelo para o caso base (Figura 6 à Figura 11).

Figura 38. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na taxa de crescimento da procura.

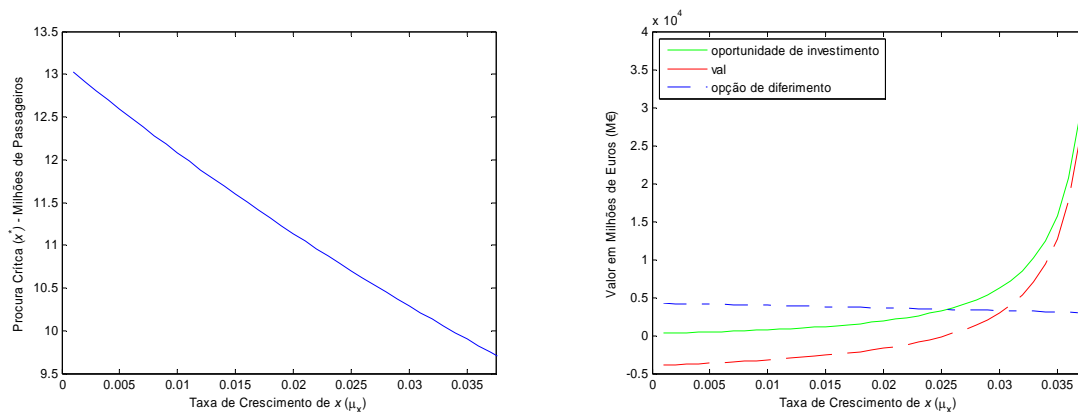


Figura 39. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na taxa de actualização.

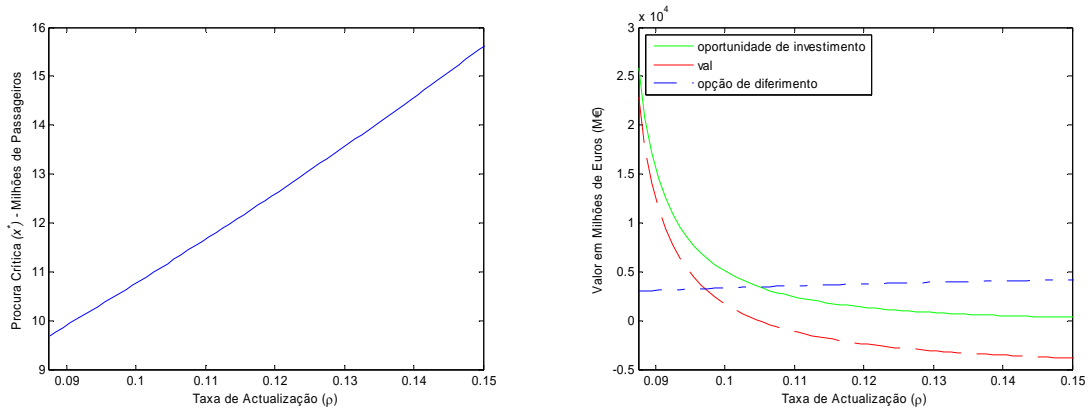


Figura 40. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações nas despesas de investimento.

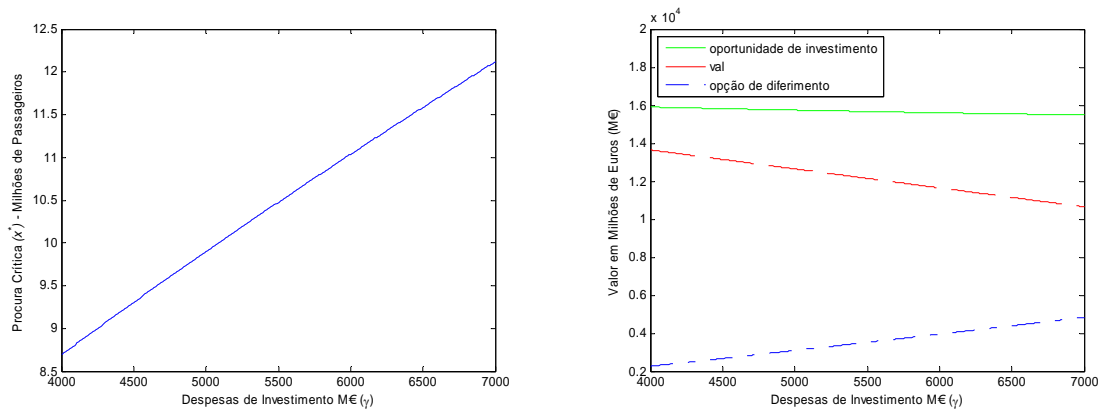


Figura 41. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na volatilidade da procura.

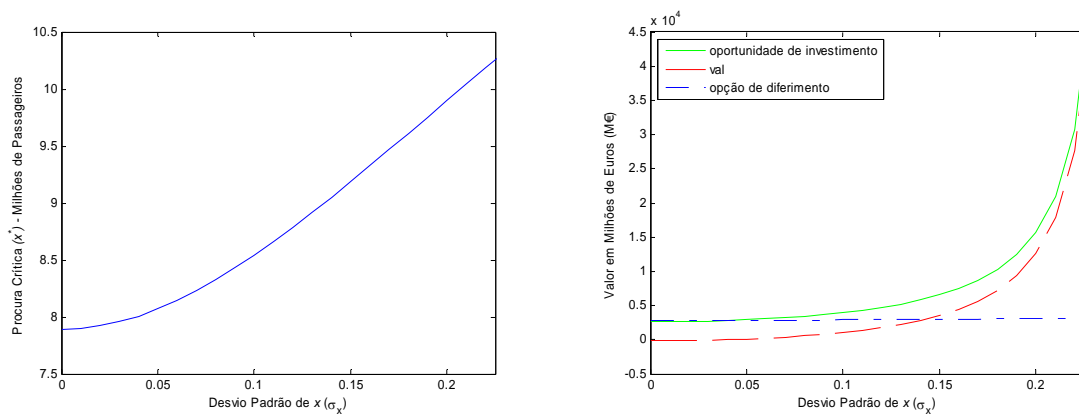


Figura 42. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações no tempo de construção.

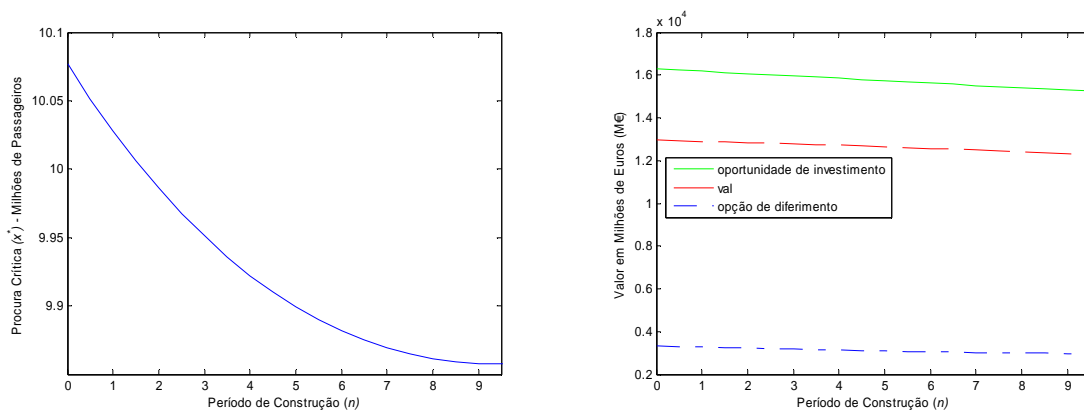


Figura 43. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na redução do valor do tempo de viagem.

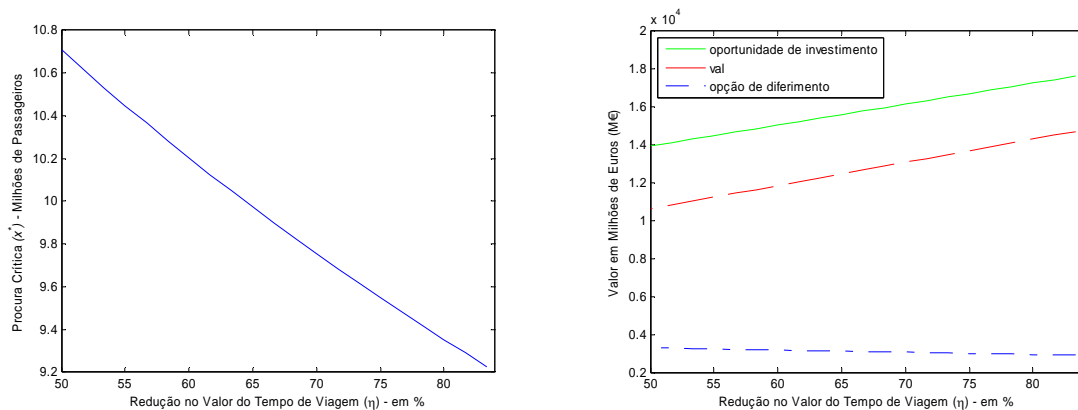


Figura 44. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na dimensão do choque na procura.

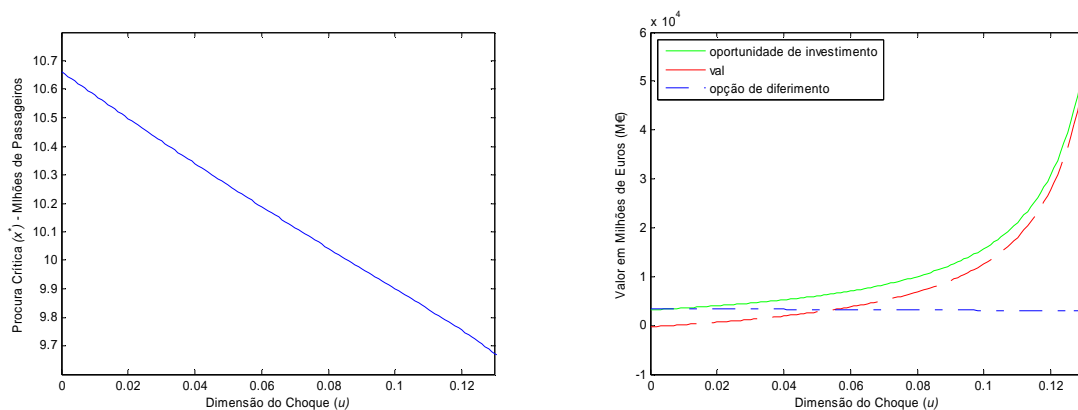
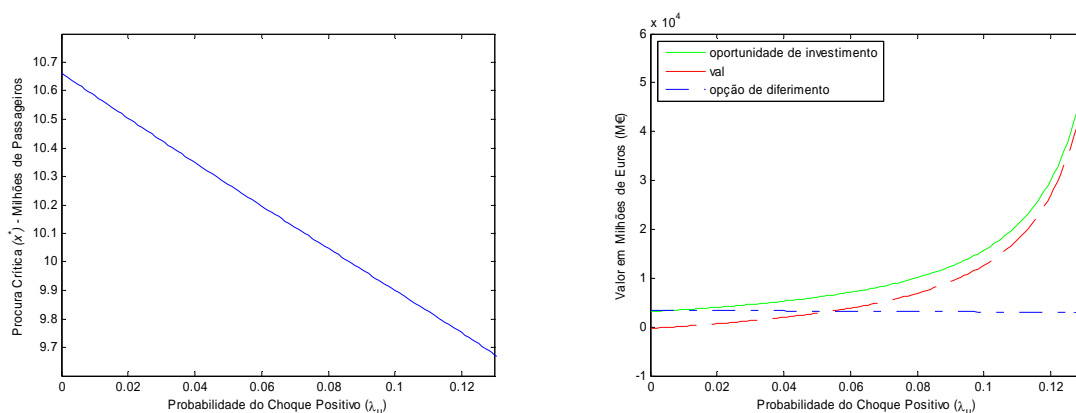


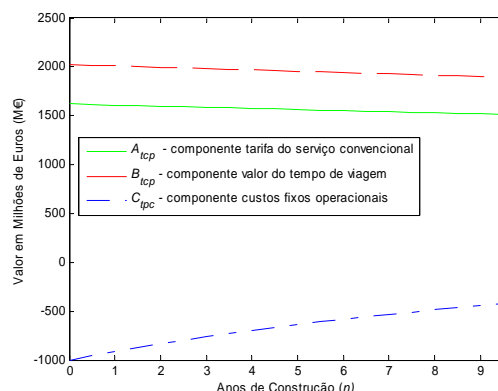
Figura 45. Sensibilidade do nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento face a variações na probabilidade do choque positivo.



Perante a variação de quase todos os parâmetros analisados, o nível crítico da procura, o valor da oportunidade de investimento, o VAL e o valor da opção de diferimento mantêm a mesma tendência registada no caso base (procura estocástica com elasticidades iguais e custos variáveis negligenciáveis), embora com mudanças de nível e sensibilidade. A única excepção ocorre na sensibilidade do nível crítico da procura que agora diminui com o aumento do período de construção (Figura 42).

No intervalo analisado para o número de anos de construção, a possibilidade de choques inesperados na procura torna a taxa de crescimento esperada dos benefícios da AVF, ao longo do tempo, muito próxima do factor de actualização, pelo que o impacto da diminuição do peso dos custos fixos operacionais sobrepõe-se à desvalorização dos benefícios do projecto. Esta situação está reflectida na Figura 46, a qual representa a evolução das componentes associadas aos benefícios da AVF (valor do tempo de viagem, A_{tcp} , e valor da tarifa do serviço convencional, B_{tcp}) e aos custos fixos operacionais, C_{tcp} , que fazem parte da equação de cálculo do nível crítico da procura (equação (3.155)).

Figura 46. Comportamento das componentes da formula de cálculo do nível crítico da procura associadas aos benefícios da AVF e custos fixos operacionais.



Não obstante a relação inversa entre o nível crítico da procura e o número de anos necessários à implementação do investimento, o valor da opção de investimento, VAL e o valor da opção de diferimento continuam a registar diminuições face a períodos de construção mais extensos (Figura 42), tal como no caso base.

A introdução de choques positivos inesperados na procura provoca um ligeiro aumento no valor da opção de diferimento, mas também incrementos mais generosos no valor da oportunidade de investimento e VAL, face ao aumento esperado nos benefícios totais gerados pelo investimento.

Os dois novos parâmetros agora introduzidos na avaliação, dimensão do choque u e probabilidade de ocorrência do choque positivo λ_u , apresentam uma influência idêntica no nível crítico da procura, valor da oportunidade de investimento, VAL e valor da opção de diferimento, conforme se mostra nas Figura 44 e Figura 45. O nível crítico é decrescente com o aumento da dimensão do choque e da probabilidade de ocorrência do choque positivo, motivado por uma evolução esperada mais favorável da procura ao longo do tempo. Esta é também a razão pela qual o valor da oportunidade de investimento e VAL registam uma relação directa. Como o VAL é ligeiramente mais sensível à variação em qualquer dos dois parâmetros do que o valor da oportunidade de

investimento, o valor da opção de diferimento diminui com o aumento quer da dimensão do choque, quer da probabilidade de ocorrência do choque positivo.

Assim, a introdução de saltos positivos na procura pelo serviço de AVF, embora tenha contribuído para a determinação de um VAL e valor da oportunidade de investimento muito superiores, fruto da probabilidade de se registar um incremento inesperado na procura, conduz a valores do nível crítico da procura e da opção de diferimento próximos dos calculados no caso base com uma única variável estocástica. Deste modo, a decisão relativa à implementação do investimento não sofre alterações significativas. A análise numérica do modelo com procura sujeita a choques positivos contribui para fortalecer a consistência e potencialidade da metodologia de avaliação desenvolvida, no âmbito da AOR.

CAPÍTULO V - Conclusão

5. Conclusão

As “opções” encontram-se presentes em quase todas as decisões de investimento em activos reais. A procura por uma metodologia capaz de considerar o valor das opções embutidas num projecto de investimento tornou-se determinante para a optimização de qualquer política de investimento em activos reais.

A utilização da AOR permite mensurar a componente de valor associada à flexibilidade em ambientes de incerteza, menosprezado pela análise tradicional. A AOR é proposta por diversos investigadores como a mais adequada para a análise de investimentos em activos reais e assume-se como uma ferramenta com potencial disciplinador do processo de decisão entre diferentes oportunidades de investimento que se colocam a uma empresa.

Este trabalho desenvolve um modelo com o objectivo de encontrar o momento óptimo para implementar um projecto de investimento em AVF, num ambiente de incerteza. O modelo apresentado baseia-se nos trabalhos de McDonald e Siegel (1986) na avaliação da opção de diferimento e de Salahaldin e Granger (2005) que apresenta um modelo de paragem óptima. Os desenvolvimentos introduzidos foram no sentido de adequar a AOR à avaliação de investimentos em AVF sob incerteza, visando a obtenção de soluções para o problema. Tanto quanto é do nosso conhecimento, o desenvolvimento de soluções fechadas para modelos baseados em AOR destinados a avaliar investimento ferroviários, é ainda omissa na literatura.

A existência de um serviço ferroviário convencional possibilita que a análise do investimento na AVF seja efectuada numa base incremental, quantificado pelas respectivas funções de utilidade entre os utilizadores da AVF e o serviço convencional, por forma a encontrar o nível crítico da procura que justifica a implementação do

projecto.

O modelo foi inicialmente desenvolvido para contemplar a incerteza relativa à procura, tendo sido posteriormente incluídas mais duas fontes de incerteza. A possibilidade de ocorrerem choques inesperados na procura é contemplada num modelo com procura estocástica. Na análise perante múltiplos factores de incerteza, a decisão de investir em vez de diferir é obtida considerando a incerteza que envolve a procura pelo serviço de AVF, as despesas de investimento e os benefícios resultantes do projecto.

Os desenvolvimentos apresentados sobre o momento óptimo para investir, o valor da oportunidade de investimento e o valor da opção de diferimento, possuem a vantagem de oferecer uma forma clara de avaliar a utilidade do investimento na AVF, em cada momento do tempo, para um conjunto de utilizadores potenciais pertencentes a uma sociedade.

A opção de diferimento com múltiplos factores de incerteza é sujeita a uma análise mais profunda. Embora a procura represente a principal fonte de incerteza (Rose, 1998), o modelo desenvolvido permite medir simultaneamente o impacto das outras duas fontes de incerteza na decisão óptima de investir. No cenário do exemplo numérico apresentado, a inclusão da incerteza sobre as despesas de investimento e sobre os benefícios por utilizador apresentam um impacto oposto entre si nos resultados da avaliação. O efeito líquido da inclusão de mais duas fontes de incerteza depende da magnitude dos correspondentes efeitos individuais. Se com o decorrer do tempo for esperado um crescimento positivo nas despesas de investimento sujeito a incerteza, a opção de diferimento perde valor, *ceteris paribus*. A inclusão da incerteza sobre os benefícios provoca um aumento do valor da opção de diferimento, resultado de uma maior exposição do projecto a este factor.

Comparativamente à análise desenvolvida considerando apenas a existência de incerteza relativamente à procura, a inclusão da incerteza sobre as despesas de investimento e sobre os benefícios por utilizador induziram um aumento no nível crítico da procura, no valor da opção de diferimento e no valor da oportunidade de investimento, na ordem dos 2,21%, 1,26% e 1,37%, respectivamente.

No modelo com procura estocástica, a não inclusão das condições de igualdade de elasticidades e de custos variáveis negligenciáveis, resulta num aumento do nível crítico da procura e do valor da opção de diferimento de 1,08% e 1,18%, respectivamente. No entanto, em cenários de investimento nos quais o efeito da igualdade de elasticidades e os custos variáveis não possam ser negligenciados, a utilização do modelo reduzido a uma única variável estocástica (como forma de evitar o custo e complexidade matemática da resolução numérica do modelo sujeito a mais factores de incerteza), não deverá alterar os resultados de forma significativa.

A existência de choques positivos na procura provoca uma diminuição no nível crítico e valor da opção de diferimento de 7,16% e 10,34%, respectivamente, em comparação com o caso base. Neste cenário, a decisão óptima de implementação do investimento é antecipada.

Num processo de tomada de decisão de investimento real, quanto maior for a incerteza, potencialmente mais relevantes são os resultados da aplicação da AOR, conforme demonstrado pelo modelo desenvolvido. O modelo também verifica que na ausência da incerteza e de flexibilidade da gestão, os resultados da AOR coincidem com a análise tradicional de investimentos. O exemplo numérico e as simulações efectuadas ao valor de alguns parâmetros importantes demonstram a consistência do modelo relativamente ao comportamento dos resultados da avaliação dado pelo modelo.

Assim, desde que a melhor decisão não seja implementar já ou abandonar imediatamente, importa otimizar a decisão de “quando” investir. A análise apresentada poderá constituir um fundamento económico e financeiro racional à decisão de investir no projecto de AVF.

A recolha, no futuro, de informação relacionada com outras ligações de AVF em Portugal e no Estrangeiro, deverá contribuir para reforçar o estudo empírico da metodologia apresentada. Em termos teóricos, os contributos futuros para o estudo da decisão de investir na AVF poderão resultar da extensão do modelo com procura sujeita a choques inesperados, de forma a incorporar mais fontes de incerteza. A possibilidade do modelo contemplar simultaneamente choques positivos e negativos, assim como a inclusão de diferentes funções de distribuição de probabilidade relativas à dimensão e probabilidade de ocorrência dos choques na procura, deverá revelar outras potencialidades do modelo. A combinação da teoria de jogos poderá ser uma forma de considerar o impacto das estratégias dos competidores, com o intuito de melhorar a consistência da metodologia de avaliação.

Bibliografia

- Abel, A., A. Dixit, J. Eberly e R. Pindyck (1996). Options, the Value of Capital and Investment. *The Quarterly Journal of Economics*, 111 (3), Aug, 753-777.
- Algers, S., P. Bergström, M. Dahlberg e J. Dillén (1998). Mixed Logit Estimation of the Value of Travel Time. *Working Paper*, Department of Economics, Uppsala University.
- Alvarez, L. (1999). Optimal Exit and Valuation under Demand Uncertainty: A Real Options Approach. *European Journal of Operational Research*, 114 (2), 320-329.
- Amram, M. e N. Kulatilaka (1999). *Real Options: Managing Strategic Investment in an Uncertain World*. Harvard Business School Press, Boston.
- Angelis, D. (2000). Capturing the Option value of R&D. *Research Technology Management*, 43 (4), 31-34.
- Armstrong, P., R. Garrido e J. Ortúzar (2001). Confidence Intervals to Bound the Value of Time. *Transportation Research Part E*, 37, 143-161.
- Baldwin, C. (1982). Optimal Sequential Investment when Capital is Not Readily Reversible. *Journal of Finance*, 37 (3), 763-782.
- Banister, D. e Y. Berechman (2001). Transport Investment and the Promotion of Economic Growth. *Journal of Transport Geography*, 9, 209-218.
- Becker, G. (1965). A Theory of the Allocation of Time. *Economic Journal*, 75, 493-517.
- Berger, P., E. Ofek e I. Swary (1996). Investor Valuation of the Abandonment Option. *Journal of Financial Economics*, 42, 257-287.
- Bjerksund, P. e S. Ekern (1990). Managing Investment Opportunities Under Price

Uncertainty: From "Last Chance" to "Wait and See" Strategies. *Financial Management*, 19 (3), 65-83.

Black, F. e M. Scholes (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, 81 (3), 637-659.

Bonini, C. (1977). Capital Investment Under Uncertainty With Abandonment Options. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 12 (1), 39-54.

Bowe, M. e D. Lee (2004). Project Evaluation in the Presence of Multiple Embedded Real Options: Evidence From the Taiwan High-Speed Rail Project. *Journal of Asian Economics*, 15, 71-98.

Boyle, P. (1977). Options: A Monte Carlo Approach. *Journal of Financial Economics*, 4, 323-338.

Boyle, P. (1988). A Lattice Framework for Option Pricing with Two State Variables. *Journal of Financial and Quantitative Anal*, 23 (1), 1-12.

Boyle, P., J. Evnine e S. Gibbs (1989). Numerical Evaluation of Multivariate Contingent Claims. *Review of Financial Studies*, 2 (2), 241-250.

Brandão, L. (2002). *Uma Aplicação da Teoria das Opções Reais em Tempo Discreto para Avaliação de uma Concessão Rodoviária no Brasil*. Tese de Doutorado, PUC-Rio.

Brandão, L. e J. Dyer (2003). Decision Analysis and Real Options: A Discrete Time Approach to real Option Valuation. *Working Paper – Department of Management Science and Information Systems*, Setembro.

Brealey, R., S. Myers e F. Allen (2006). *Principles of Corporate Finance*. Eighth Edition, McGraw-Hill, Singapore.

Brennan, M. (1979). The Pricing of Contingent Claims in Discrete Time Models. *Journal of Finance*, 34 (1), 53-68.

Brennan, M. e E. Schwartz (1977). The Valuation of American Put Options. *Journal of Finance*, 32 (2), 449-462.

Brennan, M. e E. Schwartz (1978). Finite Difference Methods and Jump Processes Arising in the Pricing of Contingent Claims: A Synthesis. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 13 (3), 461-474.

Brennan, M. e E. Schwartz (1985). Evaluating Natural Resource Investments. *Journal of Business*, 58 (2), 135-157.

Bruzelius, N. (1979). *The Value of Travel Time*. Croom Helm London, Malmö.

Capozza, D. e Y. Li (1994). The Intensity and Timing of Investment: The Case of Land. *American Economic Review*, 84 (4), 889-904.

Childs, P. e A. Triantis (1999). Dynamic R&D Investment Policies. *Management Science*, 45 (10), 1359 - 1377.

Chung, K. e C. Charoenwong (1991). Investment Options, Assets in Place, and the Risk of Stocks. *Financial Management*, 20 (3), 21-33.

Copeland, T. e V. Antikarov (2003). *Real Options: A Practitioner's Guide*. Thomson, Texere, New York.

Copeland, T., T. Koller e J. Murrin (2000). *Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies*, third edition. McKinsey & Company, John Wiley, New York.

Couto, G. (2006). *Opções Reais e Decisão sob Incerteza no Processo de Relocalização*. Tese de Doutoramento, ISEG-UTL, Lisboa.

Cox, J. e S. Ross (1976). A Survey of Some New Results in Financial Option Pricing

Theory. *The Journal of Finance*, 31 (2), 383-402.

Cox, J., S. Ross e M. Rubinstein (1979). Options Pricing: A Simplified Approach. *Journal of Financial Economics*, 7 (3), 229-263.

Dixit, A. (1989). Entry and exit Decisions under Uncertainty. *Journal of Political Economy*, 97 (3), 620-638.

Dixit, A. (1992). Investment Hysteresis. *Journal of Economic Perspectives*, 6 (1), 107-132.

Dixit, A. e R. Pindyck (1994). *Investment Under Uncertainty*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

Dixit, A. e R. Pindyck (1995). The Options Approach to Capital Investment. *Harvard Business Review*, Maio-Junho, 105-115.

Dyl, E. e H. Long (1969). Abandonment Value and Capital Budgeting: Comment. *Journal of Finance*, 24 (1), 88-95.

Elton, E., M. Gruber, S. Brown e W. Goetzmann (2006). *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, seventh edition. John Wiley, USA.

Fine, C. e R. Freund (1990). Optimal Investment in Product-Flexible Manufacturing Capacity. *Management Science*, 36 (4), 449-466.

Grenadier, S. (1996). Strategic Exercise of Options Development Cascades and Overbuilding in Real Estate Markets. *Journal of Finance*, 51 (5), 1653-1679.

Grenadier, S. (1999). Information Revelation Through Option Exercice. *Review of Financial Studies*, 12 (1), 95-129.

Grenadier, S. (2000). *Game Choices. The Intersection of Real Options and Game Theory*. Edit by Steven Grenadier. Risk Books.

Gunn, H. (2001). Spatial and temporal Transferability of Relationships Between Travel Demand, Trip Cost and Travel Time. *Transportation Research Part E*, 37, 163-189.

Gwilliams, K. (1997). The Value of Travel Time in Economic Evaluation of Transport Projects. *The World Bank*, Transport n.º OT-5.

Hax, A. E. K. Wiig (1976). The Use of Decision Analysis in Capital Investment Problems. *Sloan Management Review*, 17, 19-78.

He, H. e R. Pindyck (1992). Investment in Flexible Production Capacity. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 16 (3-4), 575-599.

Henry, C. (1974). Investment Decisions Under Uncertainty: The "Irreversibility Effect". *The American Economic Review*, 64 (6), 1006-1012.

Hensher, D. (2001). The Sensivity of the Valuation of Travel Time Savings to the Specifications of Unobservable Effects. *Transportation Research Part E*, 37, 129-142.

Howell, S., A. Stark, D. Newton, D. Paxson, M. Cavus, J. Azevedo-Pereira e K. Patel (2001). *Real Options – Evaluating Corporate Investment Opportunities in a Dynamic Word*. Financial Times, Prentice Hall. A Pearson Education Book.

Huisman, K. (2000). *Technology Investment: a Game Theoretic Real Options Approach*. Ph.D. thesis, Tilburg University, Department of Econometrics, CentER Dissertation Series – Centre for Quantitative Methods in Eindhoven, Tilburg, The Netherlands.

Hull, J. (2005). *Options, Futures, and Other Derivatives*. Sixth edition, Prentice-Hall International, London.

Ingersoll, J. e S. Ross (1992). Waiting to Invest: Investment and Uncertainty. *Journal of Business*, 65, 1-30.

Jones, R. e J. Ostroy (1984). Flexibility and Uncertainty. *Review of Economic Studies*, 51, 13-32.

Kallberg, G. e P. Laurin (1997). *Real Options in R&D Capital Budgeting - A Case Study at Pharmacia & Upjohn*. Tese de Mestrado, Gothenburg School of Economics and Commercial Law.

Kamrad, B. e P. Ritchken (1991). Multinomial Approximating Models for Options with k State Variables. *Managemnt Science*, 37 (12), 1640-1652.

Kemna, A. (1993). Case Studies on Real Options. *Financial Management*, 22 (3), 259-270.

Kester, W. (1984). Today's Options for Tomorrow's Growth. *Harvard Business Review*, Março-Abril, 153-160.

Klammer, T. (1972). Empirical Evidence of the Adoption of Sophisticated Capital Budgeting Techniques, *Journal of Business*, 45 (3), 387-397.

Kogut, B. e N. Kulatilaka (1994). Options Thinking and Platform Investments: Investing in Opportunity. *California Management Review*, Winter, 36 (2), 52-71.

Kulatilaka, N. (1988). Valuing the Flexibility of Flexible Manufacturing Systems. *IEEE Transactions in Engineering Management*, 35 (4), 250-257.

Kulatilaka, N. (1995). Operating Flexibilities in capital Budgeting: Substitutability and Complementarity in Real Options. In *Real Options in Capital Investment*, ed. L. Trigeorgis, Praeger.

Kulatilaka, N. e E. Perroti (1998). Strategic Growth Options. *Management Science*, 44 (8), 1021-1031.

Kulatilaka, N. e E. Perrotti (1992). Strategic Investment Timing under Uncertainty.

Working Paper, Boston University.

Kulatilaka, N. e L. Trigeorgis (1994). The General Flexibility to Switch: Real Options Revisited. *International Journal of Finance*, 6 (2), 778-798.

Kulatilaka, N. e S. Marks (1988). The Strategic Value of Flexibility: Reducing the Ability to Compromise. *The American Economic Review*, 78 (3), 574-580.

Lambrecht, B. e W. Perraudin (2003). Real Options and Preemption Under Incomplete Information. *Journal of Economics, Dynamics and Control*, 27, 619-643.

Lee, C. (1988). Capital Budgeting Under Uncertainty: The Issue of Optimal Timing. *Journal of Business Finance and Accounting*, 15 (2), 155-168.

Luehrman, T. (1998a). Investment Opportunities as real options: Getting Started on the Numbers. *Harvard Business Review*, Julho/Agosto, 51-67.

Lynn, G. e J. Hurry (2005). Travel Time se in the Information Age. *Transportation Research Part E*, 39, 257-276.

Mackie, P., A. Fowkes, M. Wardman, G. Whelan e J. Nellthorp (2003). *Value of Travel Time Saving in UK – Summary Report*. Institute of Transport Studies, University of Leeds.

Mackie, P., S. Jara-Díaz e A. Fowkes (2001). The Value of Travel Time Savings in Evaluation. *Transportation Research Part E*, 37, 91-106.

Magee, J. (1964a). Decision Trees for Decision Making. *Harvard Business Review*, 41 (Julho/Agosto), 126-138.

Magee, J. (1964b). How to Use Decision Trees in Capital Investment. *Harvard Business Review*, 42 (Setembro/Outubro), 79-96.

Majd, S. e R. Pindyck (1987). Time to Build, Option Value, and Investment Decisions.

Journal of Financial Economics, 18 (1), 7-27.

Marathe, R e S. Ryan (2005). On the Validity of the Geometric Brownian Motion Assumption. *The Engineering Economist*, 50, 159-192.

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7 (1), 77-91.

Mauer, D. e S. Ott (1995). Investment under Uncertainty: The Case of Replacement Investment Decisions. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 30 (4), 581-605.

McDonald, R. e D. Siegel (1985). Investment and the Valuation of Firm When There is an Option to Shut Down. *International Economic Review*, 26 (2), 331-349.

McDonald, R. e D. Siegel (1986). The Value of Waiting to Invest. *The Quarterly Journal of Economics*, 101 (4), 707-728.

Merton, R. (1973). Theory of Rational Option Pricing. *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4 (1), Spring, 141-183.

Merton, R. (1998). Applications of Option-Pricing Theory: Twenty-Five Years Later. *The American Economic Review*, 88 (3), 323-349.

Miller, L. e C. Park (2002). Decision Making Under Uncertainty - Real Options to the Rescue. *The engineering Economist*, 47 (2), 105-150.

Milne, A. e A. Whalley (2000). "Time to Build, option Value and Investment Decisions": A Comment. *Journal of Financial Economics*, 56, 325-332.

Moel, A. e P. Tufano (2002). When are Real Options Exercised? An Empirical Study of Mine Closings. *Review of Financial Studies*, 15 (1), 35-64.

Mun, J. (2002). *Real Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions*. Wiley & Sons, New York.

- Mun, J. (2003). *Real Options: Analysis Course – Business Cases and Software Applications*. Wiley & Sons, New Jersey.
- Murto, P., E. Näsäkkälä e J. Keppo (2004). Timing of Investments in Oligopoly under Uncertainty: A Framework for Numerical Analysis. *European Journal of Operational Research*, 157, 486-500.
- Myers, S. (1977). Determinants of Capital Borrowing. *Journal of Financial Economics*, 5 (2), 147-175.
- Myers, S. e S. Majd (1990). Abandonment Value and Project Life. *Advances in Futures and Options Research*, 4, 1-21.
- Neftci, S. (2000). *An Introduction to the Mathematics of Financial Derivatives*. Second Edition, Academic Press.
- Neves, J. (2002). *Avaliação de Empresas e Negócios*. McGraw-Hill de Portugal, Amadora.
- Nichols, N. (1994). Scientific Management at Merck: an Interview with CFO Judy Lewent. *Harvard Business Review*, Janeiro-Fevereiro, 88-99.
- Oksendal, B. (2003). *Stochastic Differential Equations. An Introduction with Applications*. Sixth Edition, Springer.
- Owen, A. and G. Phillips (1987). The Characteristics of railway Passengers Demand. *Journal of Transport Economics and Policy*, 21, 231-253.
- Paddock, J., D. Siegel e J. Smith (1988). Option Valuation of Claims on Physical Assets: The Case of Offshore Petroleum Leases. *Quarterly Journal of Economics*, 103 (3), 479-508.
- Paxson, D. (2003). *Real R&D Options: Theory, Practice and Implementation*. Dean

Paxson (Ed.).

Paxson, D. e H. Pinto (2005). Rivalry Under Price and Quantity Uncertainty. *Review of Financial Economics*, 14 (3-4), 209-224.

Pereira, P., A. Rodrigues e M. Armada (2006). The Optimal Timing for the Construction of an International Airport: a Real Options Approach with Multiple Stochastic Factors and Shocks. *Real Options 10th Annual International Conference*, New York.

Pindyck, R. (1988). Irreversible Investment, Capacity Choice, and the Value of the Firm. *American Economic Review*, 78 (5), 969-985.

Pindyck, R. (1991). Irreversibility, Uncertainty, and Investment. *Journal of Economic Literature*, 29 (3), 110-1148.

Quigg, L. (1993). Empirical Testing of Real Option-Pricing Models. *The Journal of Finance*, 48 (2), 621-640.

Robicheck, A. e J. Van Horne (1967). Abandonment Value and capital Budgeting. *The Journal of Finance*, 22 (4), 577-589.

Rose, S. (1998). Valuation of Interacting Real Options in a TollRoad Infrastructure Project. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 38, 711-723.

Ross, S. (1995). Uses, Abuses, and Alternatives to the Net-Present-Value Rule. *Financial Management*, 24 (3), 96-102.

Ross, S. (1996). *Stochastic Processes*. Second Edition, Wiley Series in Probability and mathematical Statistics, John Wiley & Sons, Inc.

Salahaldin, L. e T. Granger (2005). Investing in Sustainable Transport to Relieve Air Pollution under Population-Growth Uncertainty. *Real Options 9th Annual International*

Conference, Paris.

Schall, L., G. Sundem e W. Geijsbeek (1978). Survey and Analysis of capital Budgeting Methods. *The Journal of Finance*, 33 (1), 281-287.

Schwartz, E. (1997). The Stochastic Behaviour of Commodity Prices: Implications for Pricing and Hedging. *The Journal of Finance*, 52, 923-973.

Schwartz, E. e L. Trigeorgis (2001). Real Options and Investment under Uncertainty: Classical Readings and Recent Contributions. The MIT Press.

Shilton, D. (1982). Modelling the Demand for High Speed Train Services. *The Journal of Operational Research Society*, 33, 713-722.

Smit, H. (2003). Infrastructure Investment as Real Options Game: The Case of European Airport Expansion. *Financial Management*, 32 (4), 27-57.

Smit, H. e L. Ankum (1993). A Real Options and Game-Theoretic Approach to Corporate Investment Strategy Under Competition. *Financial Management*, 22 (3), 241-250.

Smit, H. e L. Trigeorgis (1993). Flexibility and Commitment in Strategic Investment. *Working Paper*, Tinbergen Institute, Erasmus University. In *The Valuation of Flexibility*, Trigeorgis and Schwartz (Eds.), Oxford University Press.

Smit, H. e L. Trigeorgis (2004). *Strategic Investment: Real Options and Games*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

Smith, J. e R. Nau (1995). Valuing Risky Projects: Option Theory and Decision Analysis. *Management Science*, 41 (5), 795-816.

Titman, S. (1985). Urban Land Prices Under Uncertainty. *The American Economic Review*, 75 (3), 505-514.

- Tourinho, O. (1979). *The Valuation of Reserves of Natural Resources: An Option Pricing Approach*. Tese de Doutorado, University of California, Berkeley.
- Triantis, A. e J. Hodder (1990). Valuing Flexibility as a Complex Option. *The Journal of Finance*, 45 (2), 549-565.
- Trigeorgis, L. (1988). A Conceptual Options Framework for Capital Budgeting. *Advances in Futures and options Research*, 4, 145-167.
- Trigeorgis, L. (1990). A Real Option Application in Natural Resources Investments. *Advances in Futures and Options Research*, 4, 153-164.
- Trigeorgis, L. (1991). A Log-transformed Binomial Numerical Analysis Method for Valuing Complex Multi-Option Investments. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 26 (3), 309-326.
- Trigeorgis, L. (1993a). The Nature of Options Interactions and the Valuation of Investments with Multiple Real Options. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 28 (1), 1-20.
- Trigeorgis, L. (1993b). Real Options and Interactions with Financial Flexibility. *Financial Management*, 22 (3), 202-224.
- Trigeorgis, L. (1996). *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*. The MIT Press, Cambridge, MA.
- Trigeorgis, L. (2002). Real Options and Investment Under Uncertainty: What do We Know?. *Working Paper*, National Bank of Belgium.
- Wardman, M. (1994). Forecasting the Impact os Service Quality Changes on the Demand for Inter-Urban Rail Travel. *Journal of Transport Economics and Policy*, 28, 287-306.

Wardman, M. (1997). Inter-Urban Rail Demand, Elasticities and Competition in Great Britain: Evidence from Direct Demand Models. *Transport Research E*, 33 (1), 15-18.

Wardman, M. e W. Waters II (2001). Advances in the Valuation of Travel Time Savings. *Transportation Research Part E*, 37, 85-90.

Willmott, P. (2000). *On Quantitative Finance*. Jonh Wiley & Sons, England.

Wilson, G. (1986). Economic Analysis of Transportation: A Twenty-Five Year Survey. *Transportation Journal*, Fall, 33-44.